

APLICACION DE LAS FUNCIONES DE RENDIMIENTO A LA DETERMINACION DE ALTERNATIVAS DE CULTIVO

Por

DIEGO PAZOS (*)

S U M A R I O

I. EL MODELO BASICO EN FUNCIONES DE RENDIMIENTO: I.1. NOTACION. I.2. ESTABLECIMIENTO DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES. I.3. HIPOTESIS IMPLICITAS. I.4. DEFINICIONES BASICAS. I.5. CONSECUENCIAS DEL MODELO. II. APLICACION DE LAS FUNCIONES DE RENDIMIENTO A LA DETERMINACION DE ALTERNATIVAS DE CULTIVO A UNA FINCA DE SECANO. II.1. FUNCIONES DE RENDIMIENTOS MARGINALES. II.2. COSTES FORESTALES. II.3. FUNCIONES DE MARGENES MARGINALES. II.4. ALTERNATIVA OPTIMA. II.5. METODO GRAFICO.

I. EL MODELO BASICO EN FUNCIONES DE RENDIMIENTO

Vamos a establecer un modelo en funciones de rendimiento que explique a nivel microeconómico las funciones de rendimiento agrícolas.

(*) Doctor Ingeniero Agrónomo.

I.1. NOTACION:

CF_j

v = cantidad de factor patrón.

v_i = cantidad de factor i .

$K_{ij} = \frac{v_i}{v}$ = número de unidades de factor v_i que intervienen en la receta de cultivo j por unidad de factor patrón.

x_j = cantidad de producto j .

P_{x_j} = precio del producto j .

P_i = precio de factor v_i .

$C_j = \sum_{i=1}^n K_{ij} P_i$ = coste de la receta de cultivo j .

B = Beneficio empresarial.

x_j = función de rendimiento medio del cultivo j .

$f'_j = x'_j$ = función de rendimiento marginal del cultivo j .

CF_j = costes fijos en la producción de j .

I.2. ESTABLECIMIENTO DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

- Una función de rendimiento es una expresión matemática que liga a producción x_j con una variable v llamada factor patrón léase la siguiente expresión:

$$x_j = f(v)$$

- La técnica de producción está definida a través de las relaciones existentes entre ($K_{ij} = \frac{v_i}{v}$) y los factores de producción que confeccionan la receta y el factor patrón.
- Cada incremento de V supone un cambio de técnica, ya que estos incrementos de V son de peor calidad, es decir, si tenemos que reflejar la producción de una parcela a través de una función de rendimiento, empezaremos a cultivar de la parte más fértil a la menos fértil.

I.3. HIPOTESIS IMPLICITAS

- H_1 Las funciones de rendimiento pasan todas por el origen.

- H₂ Las funciones de rendimiento son de tipo continuo.
- H₃ El aumento de producción es menos que proporcional al aumento del factor patrón. (La función de rendimiento marginal es decreciente).
- H₄ Las funciones de rendimiento donde la tierra actúa como factor patrón no tienen máximo técnico relativo.
- H₅ La tierra se empieza a cultivar de mayor a menor fertilidad.

I.4. DEFINICIONES BASICAS

Definición I

Entendemos por función de rendimiento medio el cociente entre la cantidad de producto y la cantidad de factor patrón aplicada.

La anterior definición la podemos expresar matemáticamente por:

$$x_j = \frac{x_j}{v}$$

Definición II

Entendemos por función de rendimiento marginal en un punto el incremento que sufre la producción en ese punto al incrementar la cantidad de factor patrón en una unidad.

Esta definición la podemos expresar matemáticamente por:

$$x'_j = f'_j(v)$$

I.5. CONSECUENCIA DEL MODELO

Teorema I

El punto de óptimo económico se consigue cuando la función de rendimiento marginal por el precio del producto es igual al coste de la receta de cultivo.

Prueba:

$$\text{Coste} = C_j V + CF_j$$

$$\text{Ingresos} = x_j P_{x_j}$$

$$\text{Beneficio} = x_j P_{x_j} - C_j V - CF_j$$

Derivando e igualando a cero la derivada, tenemos:

$$x' P_{x_j} - C_j = 0.$$

(Función de margen marginal igualando a cero), de donde:

$$C_j = x' P_{x_j}$$

Es decir, en un monocultivo j el óptimo económico se obtiene en el punto en donde la productividad marginal por el precio del producto iguala a los costes de la receta de cultivo.

Teorema II

De la envolvente exterior a las funciones de márgenes marginales sacamos la alternativa óptima.

Este teorema tiene aplicación a la determinación de alternativas óptimas de cultivo. Se trata de implantar una alternativa en una superficie de extensión V_m .

La gama de cultivos posibles son:

— Cultivo 1, con función de rendimiento $x_1 = f_1(v)$
función de margen:

$$m_1 = P x_1 f_1(v) - c_1 v$$

y función de margen marginal

$$m'_1 = P x_1 f'_1 - c_1$$

— Cultivo 2, con función de rendimiento $x_2 = f_2(v)$
función de margen:

$$m_2 = P x_2 f_2(v) - c_2 v$$

y función de margen marginal

$$m'_2 = P x_2 f'_2 - c_2$$

FUNCIONES DE RENDIMIENTOS EN ALTERNATIVAS DE CULTIVO 129

- Cultivo 3, con función de rendimiento, $x_3 = f_3(v)$
función de margen:

$$m_3 = Px_3 f_3(v) - c_3 v$$

y función de margen marginal

$$m'_3 = Px_3 f'_3 - c_3$$

- Cultivo 4, con función de rendimiento $x_4 = f_4(v)$
función de margen:

$$m_4 = Px_4 f_4(v) - c_4 v$$

y función de margen marginal

$$m'_4 = Px_4 f'_4 - c_4$$

Se trata de distribuir la superficie en cuestión V_m entre los cultivos 1, 2, 3 y 4 de manera que se obtenga un beneficio máximo. Para resolver el problema utilizaremos el método gráfico. Este método consiste en representar las funciones de margen marginal según el gráfico 1.

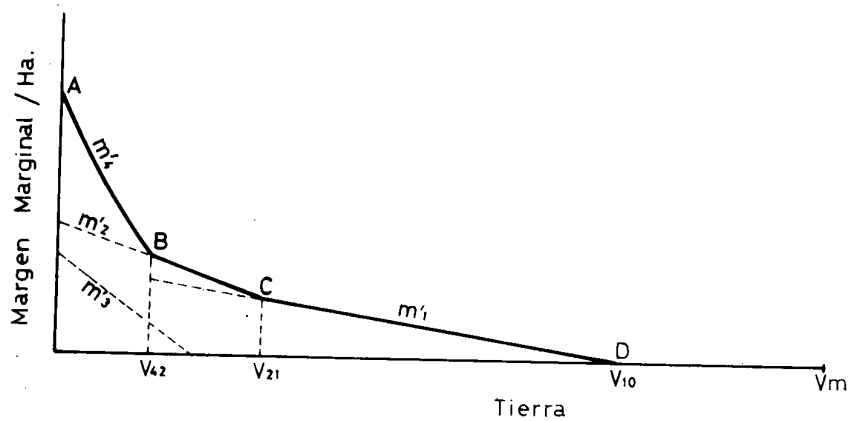


Gráfico núm. 1

(La tierra está ordenada de mejor a peor calidad).

La quebrada A, B, C, D, nos da la alternativa de máximo beneficio, puesto que en cada Ha. de terreno añadida al cultivo estamos maximizando el margen marginal.

En este caso, interesa cultivar las mejores V_{42} Has. del cultivo 4.

— $V_{21} - V_{42}$, Ha. de segunda calidad del cultivo 2.

— $V_{10} - V_{21}$, Ha. de tercera calidad del cultivo 3.

— $V_{21} - V_{10}$, Has. de cuarta calidad del cultivo 4.

— Y dejar sin cultivar las $V_m - V_{10}$ Has. de quinta calidad.

El cultivo 3 no interesa, pues el cultivo 4 y el 2 tienen mayor margen en cada Ha. donde se da el cultivo 3.

A continuación haremos una aplicación del modelo a un caso real.

II. APLICACION DE LAS FUNCIONES DE RENDIMIENTO A LA DETERMINACION DE ALTERNATIVAS DE CULTIVO A UNA FINCA DE SECANO

En una explotación agropecuaria hay posibilidades para tres tipos de cultivo y un aprovechamiento ganadero de los pastos naturales; los cultivos posibles son:

- trigo
- avena
- árboles forestales
- pastos.

En estos cultivos se dan las siguientes limitaciones: toda la finca se puede plantar de árboles forestales. Todas las zonas, menos la zona forestal se adaptan a la producción de pastos, pues se trata de pastos que crecen en las zonas libres de montes. El cereal (trigo y avena) se puede sembrar en todas las partes donde la pendiente permita la entrada de una cosechadora.

La finca en cuestión tiene 300 Ha. que el propietario con vista a racionalizar el aprovechamiento, ha dividido en dos partes de 150 Ha., la parte objeto de estudio tiene la siguiente distribución: son laborables 80, hay 40 Ha. de monte, y el resto son laderas libres de monte, pero no maquinables.

Los distintos cultivos tienen la siguiente tabla de rendimientos:

FUNCIONES DE RENDIMIENTOS EN ALTERNATIVAS DE CULTIVO 131

Ha.	Trigo (Kg.)	Avena (Kg.)	Pastos (U.F.)	Madera (Kg.)
0	0	0	0	0
1	1.200	2.300	1.500	4.500
10	19.000	21.000	14.000	44.500
20	37.000	40.500	27.800	87.600
30	52.000	60.000	40.300	110.600
40	66.000	78.000	51.800	138.400
50	79.000	95.500	61.900	165.300
60	91.000	112.000	71.800	291.900
70	101.500	127.000	80.800	317.400
80	110.500	140.000	88.000	342.400
90	110.500	140.000	96.500	362.300
100	110.500	140.000	100.600	381.100
110	110.500	140.000	109.900	398.600
120	110.500	140.000	111.400	414.100
130	110.500	140.000	112.500	428.500
140	110.500	140.000	113.000	438.800
150	110.500	140.000	113.210	447.500

Los costes imputables a una Ha. de trigo se estiman en 14.500 ptas., siendo el precio de 14,5 ptas./kg.

Los costes imputables a una Ha. de avena ascienden a 13.500 ptas., siendo el precio de este cereal de 11 ptas./kg.

Los costes de puesta en producción de una Ha. de pradera natural no son significativos, pero los ingresos se estiman en 3 ptas./U.F.

Por último, los costes de plantación de una Ha. forestal son del siguiente orden:

De la Ha. 1. ^a a la 80. ^a	20.500 ptas./Ha.
De la Ha. 80. ^a a la 120. ^a	28.000 ptas./Ha.
De la Ha. 120. ^a a la 150. ^a	35.000 ptas./Ha.

La corta se realiza cada 20 años. La plantación se realiza con dinero al 11%. El precio del kilogramo de madera es de 1,2 ptas.

Se pide: implantar la alternativa que ofrezca el máximo beneficio.

II.1. FUNCIONES DE RENDIMIENTO MARGINALES

Como paso previo, calculamos de las tablas anteriores, las tablas de rendimientos marginales:

Ha.	F R M Trigo	F R M Avena	F R M Pastos	F R M Madera
0	2.100	2.300	1.500	4.500
1	1.877	2.077	1.388	4.440
10	1.800	1.950	1.380	4.310
20	1.500	1.950	1.250	3.300
30	1.400	1.800	1.150	2.780
40	1.300	1.750	1.010	2.690
50	1.200	1.650	990	2.666
60	1.050	1.500	900	2.550
70	900	1.300	820	1.990
80	0	0	750	1.800
90	0	0	710	1.750
100	0	0	630	1.550
110	0	0	610	1.450
120	0	0	250	1.450
130	0	0	110	1.030
140	0	0	50	870
150	0	0	21	870

De esta tabla de rendimientos marginales calculamos la tabla de márgenes marginales. Antes nos pararemos de calcular el equivalente anual del coste en la plantación forestal.

II.2. COSTES FORESTALES

Coste de una Ha. forestal entre la 1.^a y la 80.^a Ha.

$$\text{Intereses anuales: } 20.500 \times \frac{11}{100} = 2.235 \text{ ptas./ha. y año}$$

$$\text{Equivalente anual del coste de plantación: } \dots\dots\dots \frac{20.500}{20} = 1.025 \text{ ptas./Ha. y año}$$

$$\text{TOTAL} \dots\dots\dots 3.260 \text{ ptas./Ha. y año}$$

Costes anuales de una Ha. entre la 80.^a y la 120.^a Ha.

$$\text{Intereses anuales: } 28.000 \times \frac{11}{100} = 3.080 \text{ ptas.}$$

$$\text{Equivalente anual del coste de plantación: } \dots\dots\dots \frac{28.000}{20} = 1.400 \text{ ptas.}$$

$$\text{TOTAL} \dots\dots\dots 3.480 \text{ ptas./Ha. y año}$$

FUNCIONES DE RENDIMIENTOS EN ALTERNATIVAS DE CULTIVO 133
Costes anuales de una Ha. entre la 120.^a y la 150.^a Ha.

Intereses: $35.000 \times \frac{11}{100} = 3.850$ ptas.

Equivalente anual del coste $\frac{35.000}{20} = 1.750$ ptas./Ha. y año

te de plantación:

TOTAL 5.600 ptas.

II.3. FUNCIONES DE MARGENES MARGINALES

Ya estamos en condiciones de calcular el margen marginal de cada cultivo, por la fórmula:

$$m'_i = f'_i P_{X_i} - C_i$$

TABLAS DE MARGENES MARGINALES

Ha.	M' Trigo	M' Avena	M' Pastos	M' Madera
0	15.950	11.800	4.500	2.120
1	12.716	9.347	4.164	2.048
10	11.600	7.950	4.140	1.892
20	7.250	7.950	3.750	680
30	5.800	6.300	3.450	56
40	4.350	5.750	3.030	- 52
50	2.900	4.650	2.970	—
60	725	3.000	2.700	—
70	—	1.000	2.460	—
80	—	—	2.250	—
90	—	—	2.130	—
100	—	—	1.890	—
110	—	—	1.830	—
120	—	—	750	—
130	—	—	330	—
140	—	—	150	—
150	—	—	63	—

II.4. ALTERNATIVA OPTIMA

A la vista de la tabla de márgenes marginables podemos sacar la alternativa óptima, con mucha aproximación la alternativa es:

- Plantar las 20 Has. mejores de trigo.
- Plantar 50 Has. de avena.
- Dedicar las 80 Has. peores a la producción de pastos.
- No realizar la plantación forestal.

II.5. METODO GRAFICO

Alternativa que también obtenemos del *gráfico 2* que no es otra cosa que la representación de las tablas de márgenes marginales.

A la vista del gráfico podemos aquilatar algo más, ya que la tendencia de las quebradas nos permite interpolar; la alternativa óptima es:

- Las 18 mejores Has. dedicarlas al cultivo de trigo.
- Las 46 Has. dedicarlas al cultivo de avena.
- Las 86 Has. peores dedicarlas a pasto.
- No cultivar madera, ya que la función de margen marginal está por debajo de las funciones de margen marginales de las demás funciones.

Podemos observar que, con el gráfico se puede afinar algo más a la hora de determinar la extensión de cada cultivo.

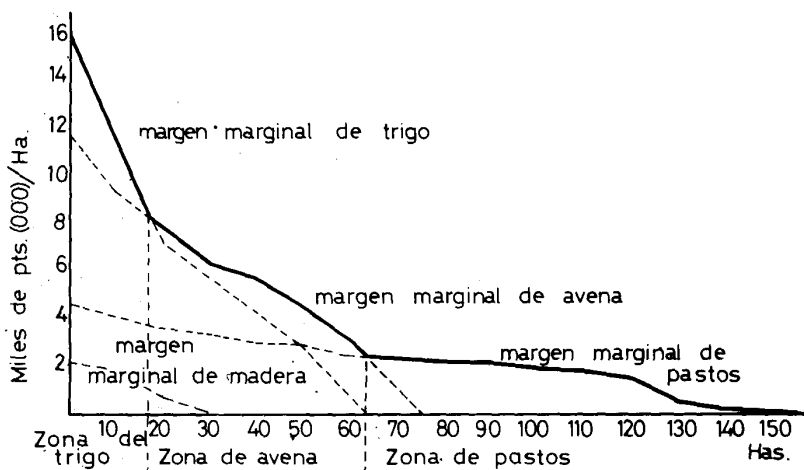


Gráfico núm. 2

R E S U M E N

En este artículo desarrollamos una aplicación más de las funciones de rendimiento de forma: $X = f(v)$, donde v es el factor de producción tierra al que están referidos todos los demás factores de producción.

El método desarrollado en este artículo está basado en la comparación de diferentes funciones de beneficio o margen marginal de los diferentes cultivos posibles desde el punto de vista técnico a implantar en una explotación, proponemos simultáneamente un método gráfico al final del artículo desarrollamos un ejemplo referido a una zona de Extremadura.

El método puede ser aplicado para planificar cultivos a nivel regional y para realizar sensibilidad de superficies con relación a precios. Por esta razón este método puede resultar efectivo para planificar precios y cultivo.

R E S U M E

Dans cet article nous ferons une application des fonctions de production du type $x = f(V)$, où V est le facteur de production terre. La méthode développée ici c'est comparer dans elles les différentes fonctions de bénéfice marginal des possibles cultures d'une exploitation. Nous utilisons parallèlement une méthode graphique pour résoudre le problème. Dans la dernière partie de l'article nous appliquerons les résultats théoriques obtenus pour déterminer la surface à affecter à différentes cultures dans une exploitation de l'"Extremadura" (Espagne).

La méthode peut aussi être utilisée pour la planification des cultures au niveau régional, et avec elle on peut faire des analyses de sensibilité du bénéfice pour rapport aux prix.

Cette méthode semble être efficace pour la planification de prix et de cultures.

S U M M A R Y

In this article we want to give another application to the functions of the equation: $X = f(V)$, where; V is the land production factor.

The method that is developed in this article is based on the comparison among the different marginal profit production function of different crops on a farm. Simultaneously, we will demonstrate a graph method. Finally the method is applied to obtain an alternative to develop on a farm in Extremadura, an arid area of Southwestern Spain.

The method is useful for planning crops at a regional level and also to do a sensibility analysis in relation to prices. For this reason the method is effective at time of planning of prices and crops.