

ANALISIS ECONOMICO DE LAS FUNCIONES DE PRODUCCION AGRICOLA. UNA APLICACION AL CULTIVO DEL TRIGO

Por
RAMON ALONSO SEBASTIAN (*)
y
JOSE ENRIQUE RODRIGUEZ BARRIO (*)

S U M A R I O

I. LA PRODUCCION EN LA EMPRESA AGRARIA.—II. FUNCIONES DE DEMANDA DE LOS FACTORES DE PRODUCCION.—III. FUNCION DE OFERTA DEL PRODUCTO.—IV. LA DEMANDA TOTAL DE UN FACTOR DE PRODUCCION.—V. FUNCION DE COSTES VARIABLES.—VI. APLICACION: VI.1. FUNCIONES DE DEMANDA DEL ABO NO NITROGENADO Y DE LA SEMILLA. VI.2. FUNCION DE OFERTA DEL TRIGO. VI.3. DEMANDA TOTAL DE UN FACTOR DE PRODUCCION. VI.4. FUNCION DE COSTES.—APENDICE.—BIBLIOGRAFIA.

I. LA PRODUCCION EN LA EMPRESA AGRARIA

EN la empresa agraria habitualmente se desarrolla un elevado número de procesos de producción, cada uno de los cuales puede explicarse mediante el modelo:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \quad [1]$$

siendo en cada proceso: y , la cantidad de producto y x_i , la cantidad del factor de producción variable i ($i = 1, 2, \dots, n$). Aunque no explícitamente, subyacen en el modelo las cantidades de los factores paramétricos, los parámetros que de-

(*) Doctores Ingenieros Agrónomos. Profesores adjuntos de Economía de la Empresa Agraria de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos (Universidad Politécnica de Madrid).

finen la calidad de todos los factores y la organización del proceso productivo. Así, cada producción agraria puede explicarse, más o menos exhaustivamente, mediante una *función de producción* como la [1]. Esto significa que, una vez identificados los procesos de producción que se desarrollan en una empresa agraria, se puede asociar a cada uno de ellos una función de producción, que será única mientras no cambie la técnica del proceso. Si, por ejemplo, una empresa lleva a cabo m procesos productivos distintos, su actividad puede resumirse en las m funciones de producción siguientes:

$$\begin{aligned} y_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \\ y_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_g, \dots, x_r) \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ y_m &= f_m(x_1, x_2, \dots, x_h, \dots, x_s) \end{aligned} \quad [2]$$

Naturalmente, los factores variables, en general, serán diferentes, así como su número, en cada función de producción. En [2] hemos considerado m procesos productivos distintos y *aislados* (independientes). No obstante, en la empresa agraria son frecuentes procesos productivos *en cadena* (dependientes); es decir, un producto puede emplearse como factor en otro proceso productivo. Tal es el caso, por ejemplo, de los productos agrícolas que se utilizan como alimento (factor de producción) del ganado para conseguir productos ganaderos. Así, en una explotación agropecuaria de leche, la producción de hierba puede ajustarse a una función de producción, tal como:

$$y_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad [3]$$

y la producción láctea a otra función diferente, en la que y_1 será la cantidad de uno de los factores variables,

$$y_2 = f_2(y_1, x_1, \dots, x_g, \dots, x_r) \quad [4]$$

Si en [4] convertimos los factores variables ($g = 1, 2, \dots, r$) en paramétricos, la producción de leche se explica en función de un único factor variable: la producción de hierba. Es decir:

$$y_2 = g_2(y_1) \quad [5]$$

indicando que el producto leche es un *producto satélite* del producto hierba.

Análogo planteamiento podía haberse hecho, exclusivamente, para producciones agrícolas (por ejemplo, abonado sideral, enterrado del rastrojo...). Mención especial merece el *reempleo*, en el que un producto asume dos papeles: el de factor y producto. Por ejemplo, si en cierta explotación la producción de patata en el año t se ajusta a la función

$$y^t = f^t(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \quad [6]$$

al año siguiente la producción puede expresarse mediante la función

$$y^{t+1} = f^{t+1}(qy^t, x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \quad [7]$$

si se utilizó parte ($0 < q < 1$) de la producción del año t como patata de siembre en el año $t + 1$. Si, como hemos hecho anteriormente, parametrizamos los factores variables ($i = 2, \dots, n$) la función [7] puede expresarse del siguiente modo:

$$y^{t+1} = g(qy^t) \quad [8]$$

Esto significa que la producción de patata en el año $t + 1$ es un *producto satélite* de la producción de patata en el año t .

En este artículo se estudia la producción agraria desde la óptica de las funciones de producción. Se expone la metodología para la determinación de las funciones de demanda de los factores de producción, prestando especial atención a la demanda total de un insumo en la explotación. También se aborda la determinación de la función de oferta del producto y se expone la metodología para determinar la función de costes variables del proceso de producción. Por último, en el párrafo 6 se desarrolla un amplio caso, en donde se aplica lo anteriormente expuesto.

II. FUNCIONES DE DEMANDA DE LOS FACTORES DE PRODUCCION

Como se ha visto en el párrafo anterior, la actividad de la empresa agraria, en ocasiones, conlleva el *autoabaste-*

cimiento (total o parcial) de ciertos insumos. Sin embargo, existen muchos otros factores (abonos, semillas, productos fitosanitarios, piensos compuestos...) que el empresario agrícola tiene que comprar en los mercados. Seguidamente, vamos a estudiar la demanda de este tipo de factores por parte del empresario. De forma intuitiva, se ve que tal demanda estará relacionada con la producción en la que intervienen, pero no cabe duda que el precio de mercado del factor tendrá una influencia decisiva en la determinación de la demanda.

Si en la empresa la producción de un cultivo se lleva a cabo según la función de producción

$$y_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \quad [9]$$

se están utilizando i ($i = 1, 2, \dots, n$) factores de producción variables para obtener la cantidad de producto y_1 . Supuesto el objetivo de máximo beneficio, se tratará de maximizar la función

$$B = p f_1(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) - \left[\sum_{i=1}^n p_i x_i + k \right] \quad [10]$$

Donde B es el beneficio del proceso de producción que nos ocupa, p el precio unitario del producto, p_i el precio unitario del factor de producción variable i y k los costes fijos. Las condiciones de primer grado de beneficio máximo que se obtienen por derivación de [10] se compendian en el sistema de n ecuaciones siguiente:

$$p \frac{\partial f_1}{\partial x_i} = p_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad [11]$$

Las demandas de los i insumos se obtienen resolviendo este sistema de ecuaciones y pueden expresarse de la siguiente forma:

$$x_i = \varphi_i(p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_n, p) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad [12]$$

Como se ve, la cantidad de insumo i que demanda el empresario depende del precio de i , del precio de los restantes insumos y del precio del producto. La sensibilidad de la demanda a las fluctuaciones en los precios se estudia a través

de la elasticidad correspondiente, pudiéndose de este modo predecir las reacciones del empresario. Resulta así que pueden establecerse tres clases de *elasticidad de la demanda*:

- 1) Elasticidad de la demanda del factor i con respecto a su precio.

$$e_i^{p_i} = \frac{\delta \varphi_i(p_1, \dots, p_n, p)}{\delta p_i} \cdot \frac{p_i}{\varphi_i(p_1, \dots, p_n, p)} \quad (i = 1, \dots, n) \quad [13]$$

Esta elasticidad es negativa, porque aumentos en el precio del factor provocan disminuciones en su demanda y viceversa.

- 2) Elasticidad de la demanda del factor i con respecto al precio de otros factores. Llamada, habitualmente, elasticidad cruzada de la demanda de los factores.

$$e_i^{p_k} = \frac{\delta \varphi_i(p_1, \dots, p_n, p)}{\delta p_k} \cdot \frac{p_k}{\varphi_i(p_1, \dots, p_n, p)} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (k = 1, \dots, n) \quad [14]$$

Esta elasticidad puede ser positiva o negativa, según que los factores se comporten como sustitutivos o complementarios.

- 3) Elasticidad de la demanda del factor i con respecto al precio del producto.

$$e_i^p = \frac{\delta \varphi_i(p_1, \dots, p_n, p)}{\delta p} \cdot \frac{p}{\varphi_i(p_1, \dots, p_n, p)} \quad (i = 1, \dots, n) \quad [15]$$

Esta elasticidad es positiva, porque aumentos (disminuciones) en el precio del producto provocan aumentos (disminuciones) en la demanda del factor.

III. FUNCION DE OFERTA DEL PRODUCTO

Una vez establecidas las funciones de demanda de los diversos factores de producción, estamos en condiciones de determinar la función de oferta del producto. En efecto, para determinar la función de oferta nos bastará con expresar la cantidad de producto y_i , en función de su precio y del pre-

cio de los factores variables de producción. Para ello, sustituiremos en [9] x_i , ($i = 1, 2, \dots, n$) por la función de demanda correspondiente (véase [11]). De este modo se tiene:

$$y_1 = f_1[\varphi_1(p_1, \dots, p_n, p), \varphi_2(p_1, \dots, p_n, p), \dots, \varphi_n(p_1, \dots, p_n, p)] \quad [16]$$

o lo que es lo mismo:

$$y_1 = F_1(p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_n, p) \quad [17]$$

La expresión [17] es la *función de oferta* del producto 1. La sensibilidad de la oferta a las variaciones en los precios se puede estudiar a través de la *elasticidad de la oferta*. Estas elasticidades son:

- 1) Elasticidad de la oferta del producto 1 con respecto a su precio.

$$E_1^p = \frac{\delta F_1(p_1, \dots, p_n, p)}{\delta p} \cdot \frac{p}{F_1(p_1, \dots, p_n, p)} \quad [18]$$

Esta elasticidad es positiva, porque aumentos (disminuciones) en el precio del producto provocan aumentos (disminuciones) en su oferta.

- 2) Elasticidad de la oferta del producto 1 con respecto al precio de los factores

$$E_1^{p_i} = \frac{\delta F_1(p_1, \dots, p_n, p)}{\delta p_i} \cdot \frac{p_i}{F_1(p_1, \dots, p_n, p)} \quad (i = 1, \dots, n) \quad [19]$$

Esta elasticidad habitualmente es negativa, porque aumentos en el precio del factor provocan disminuciones en la oferta del producto, y viceversa.

IV. LA DEMANDA TOTAL DE UN FACTOR DE PRODUCCION

En ocasiones, al comienzo de la campaña, el agricultor se aprovisiona de un determinado factor de producción (por ejemplo, algún tipo de abono) que va a utilizar en distintos

procesos productivos que desarrollará a lo largo del año. Este sentido de anticipación del agricultor le permite eludir el peligro de desabastecimiento (riesgo de penuria), posibilita las rebajas en el precio de compra, asegura el mismo precio unitario para toda la partida evitando posteriores subidas de precios, reduce los costes de pedido, facilita la operación de compra mediante pago aplazado... No obstante, este tipo de política tiene sus contrapartidas frente a la compra escalonada durante el ejercicio. Por ejemplo, exige mayor capacidad de almacenamiento, el coste de almacenamiento va a ser mayor, normalmente el mayor gasto de compra exigirá un pago más importante frente a los pagos fraccionados de una compra escalonada en el tiempo, en caso de mala calidad (si no aceptan la devolución) se carga con toda la partida, los costes de depreciación, deterioro y mermas serán habitualmente más importantes que en el caso de compra de pequeñas partidas a lo largo del ejercicio,... En cualquier caso, al empresario le interesa sobremanera conocer las demandas del factor de producción en la explotación durante el ejercicio, bien para acudir al mercado, solicitando en cada momento las cantidades que precisa, bien para aprovisionarse de una sola vez al comienzo de campaña si las circunstancias lo aconsejan. De este caso nos ocuparemos a continuación, pues sólo aquí tiene sentido hablar de la *demanda total* de un factor en la explotación durante el ejercicio.

Sea el insumo i que se utiliza en m procesos productivos distintos, por ejemplo, una alternativa de cultivos, que se desarrollan a lo largo del ejercicio. La demanda total de i en la explotación durante el ejercicio será la suma de las demandas de i en cada proceso de producción. En general, la demanda de i en cada producción depende de variables diferentes, pues diferentes serán, en cada proceso productivo, los factores variables y el producto obtenido. Sin embargo, cualquiera que sea la producción, la demanda de i puede expresarse en función de su precio si se conocen el precio del producto y los precios de los restantes factores variables que intervienen en esa producción. Por tanto, la demanda de i en el proceso de producción j puede escribirse como sigue:

$$x_i^j = \gamma_i^j(p_i) \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad [20]$$

Esta sería la demanda unitaria del insumo i (por ejemplo, x_i kg/Ha.); pero si la producción j se desarrolla al nivel s_j (por ejemplo, s_j hectáreas), la demanda de i será:

$$s_j x_i^j = s_j \gamma_i^j(p_i) \quad [21]$$

Así, pues, la demanda total de i en la explotación, durante el ejercicio, viene dada por la suma:

$$X_i = \sum_{j=1}^m s_j x_i^j = \sum_{j=1}^m s_j \gamma_i^j(p_i) \quad [22]$$

La elasticidad demanda-precio del insumo i en la producción j es igual a:

$$\epsilon_i^j = \frac{d \gamma_i^j(p_i)}{d p_i} \cdot \frac{p_i}{\gamma_i^j(p_i)} \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad [23]$$

y la elasticidad *demanda total-precio* del insumo i en la explotación será igual a:

$$\epsilon_i = \frac{d X_i}{d p_i} \cdot \frac{p_i}{X_i} \quad [24]$$

que puede expresarse en función de las ϵ_i^j como sigue:

$$\epsilon_i = \frac{1}{X_i} \sum_{j=1}^m \epsilon_i^j s_j x_i^j \quad [25]$$

o lo que es lo mismo:

$$\epsilon_i = \sum_{j=1}^m \epsilon_i^j t_i^j \quad [26]$$

siendo t_i^j la participación (en tanto por uno) de la demanda de i en j con respecto a la demanda total. Naturalmente,

$$\sum_{j=1}^m t_i^j = 1$$

Como se aprecia en [26], ϵ_i es la medida aritmética ponderada de las ϵ_i^j .

V. FUNCION DE COSTES VARIABLES

Sea el proceso de producción simple al que nos venimos refiriendo

$$y_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \quad [27]$$

si se realiza con planes de producción a coste mínimo, estos planes pertenecen a la curva eutópica

$$\frac{1}{p_1} \frac{\delta f_1}{\delta x_1} = \frac{1}{p_2} \frac{\delta f_1}{\delta x_2} = \dots = \frac{1}{p_i} \frac{\delta f_1}{\delta x_i} = \dots = \frac{1}{p_n} \frac{\delta f_1}{\delta x_n} \quad [28]$$

Por consiguiente, como los $p_i (i = 1, \dots, n)$ son conocidos, resolviendo el sistema de n ecuaciones, formado por [27] y [28], pueden obtenerse las componentes de los planes en función de y_1 , esto es:

$$\begin{aligned} x_1 &= \alpha_1(y_1) \\ x_2 &= \alpha_2(y_1) \\ \dots &\dots \dots \\ x_i &= \alpha_i(y_1) \\ \dots &\dots \dots \\ x_n &= \alpha_n(y_1) \end{aligned} \quad [29]$$

El coste variable del proceso de producción vendrá dado por:

$$C_v = \sum_{i=1}^n p_i x_i \quad [30]$$

Sustituyendo [29] en [30] se obtiene

$$C_v = \sum_{i=1}^n p_i \alpha_i(y_1) \quad [31]$$

la *función de costes variables* del proceso de producción.

La elasticidad del coste variable con respecto a la cantidad de producto, será igual a

$$\frac{dC_v}{dy_1} \cdot \frac{y_1}{C_v} \quad [32]$$

Esta elasticidad nos permite analizar la sensibilidad del coste variable a las variaciones en el nivel de producción.

Si se agregan los costes fijos a la función [31] se obtiene la función de costes totales del proceso de producción.

VI. APLICACION

En nuestro trabajo (1), y a partir de distintas experiencias llevadas a cabo por Fertiberia, S. A., y Semillas Agrícolas, con cebada y trigo en secano y regadío, procedimos a la determinación y análisis económico de las correspondientes funciones de producción. De todas ellas, la relativa a la experiencia número 6, realizada en Toro (Zamora), con trigo T-85, fue considerada, de acuerdo con los tests estadísticos, la más significativa por la bondad de sus ajustes (2). Para esta experiencia se llegó a los siguientes resultados:

a) Función cuadrática:

$$y = 2.850,464 + 16,021 x_1 + 11,502 x_2 - 0,044 x_1^2 - 0,019 x_2^2 + 0,009 x_1 x_2$$

b) Función raíz cuadrada:

$$y = 1.156,877 - 8,094 x_1 - 11,153 x_2 + 165,229 x_1^{1/2} + 378,863 x_2^{1/2} + 4,879 (x_1 x_2)^{1/2}$$

c) Función tres medios:

$$y = 2.593,39 + 25,65 x_1 + 19,344 x_2 - 1,311 x_1^{2/3} - 0,752 x_2^{2/3} + 0,009 x_1 x_2$$

d) Función potencial:

$$y = 1.974,75 x_1^{0,044} x_2^{0,159}$$

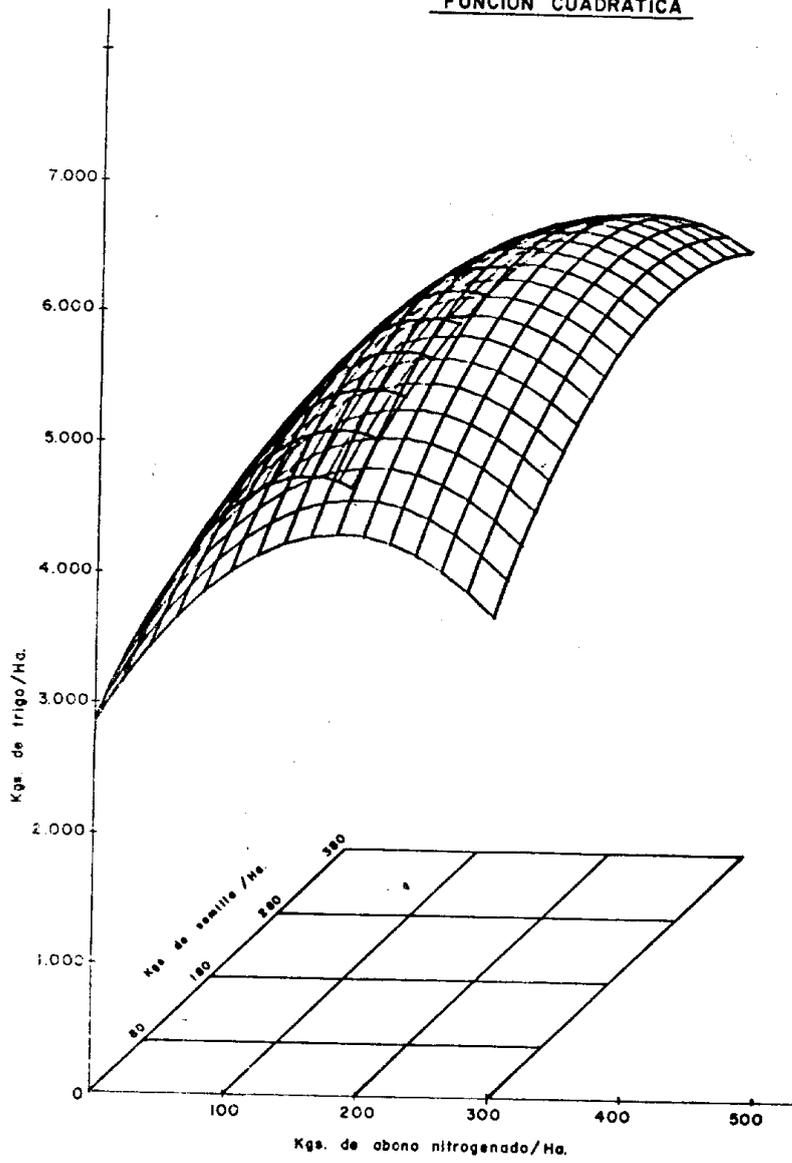
en donde y representa la cantidad de producto obtenido (en kg./Ha.), x_1 la dosis de abono nitrogenado (en kg. de N/Ha.) y x_2 la dosis de semilla (en kg./Ha.). Estas funciones aparecen representadas en las figuras números 1, 2, 3 y 4.

A partir de estas funciones y de acuerdo con la metodología expuesta en los párrafos anteriores, vamos a proceder

(1) ALONSO SEBASTIÁN, R. y RODRÍGUEZ BARRIO, J. E.: *Funciones de producción en agricultura*. E. T. S. de Ingenieros Agrónomos. Madrid, 1978.

(2) Los resultados de la experiencia y los ajustes estadísticos figuran en el apéndice.

FIGURA 1
FUNCION CUADRATICA



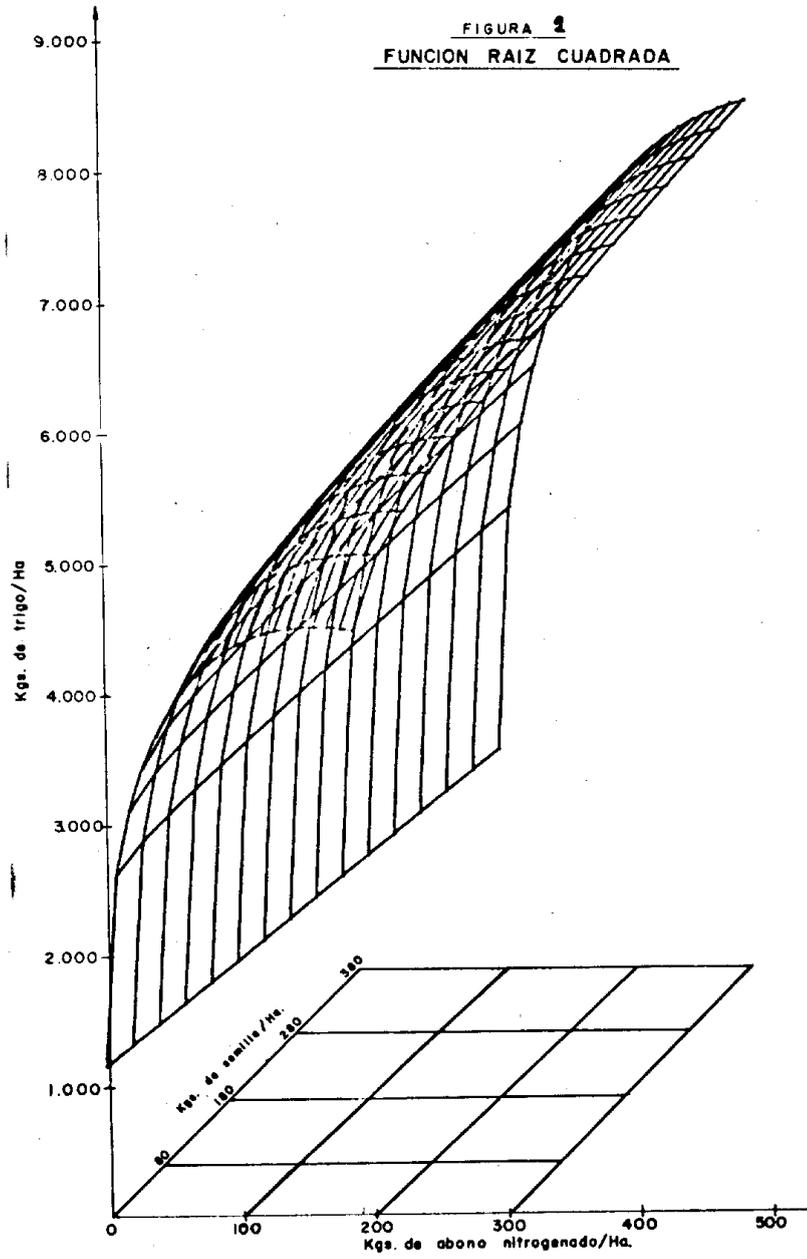


FIGURA 3
FUNCION TRES MEDIOS

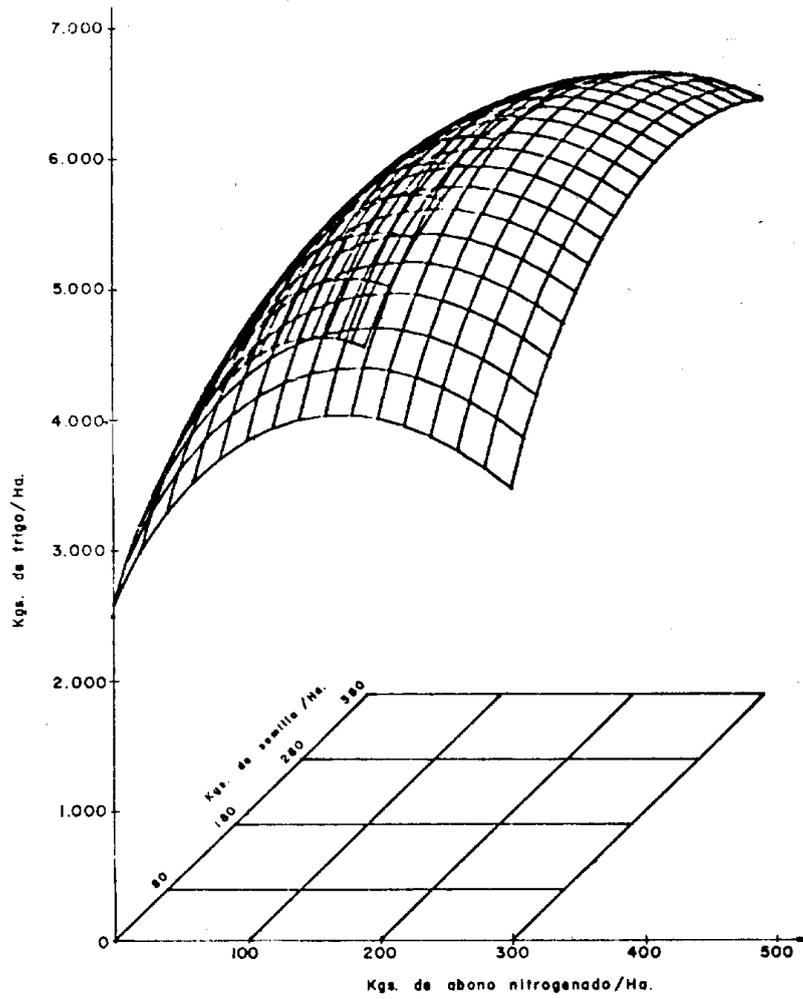
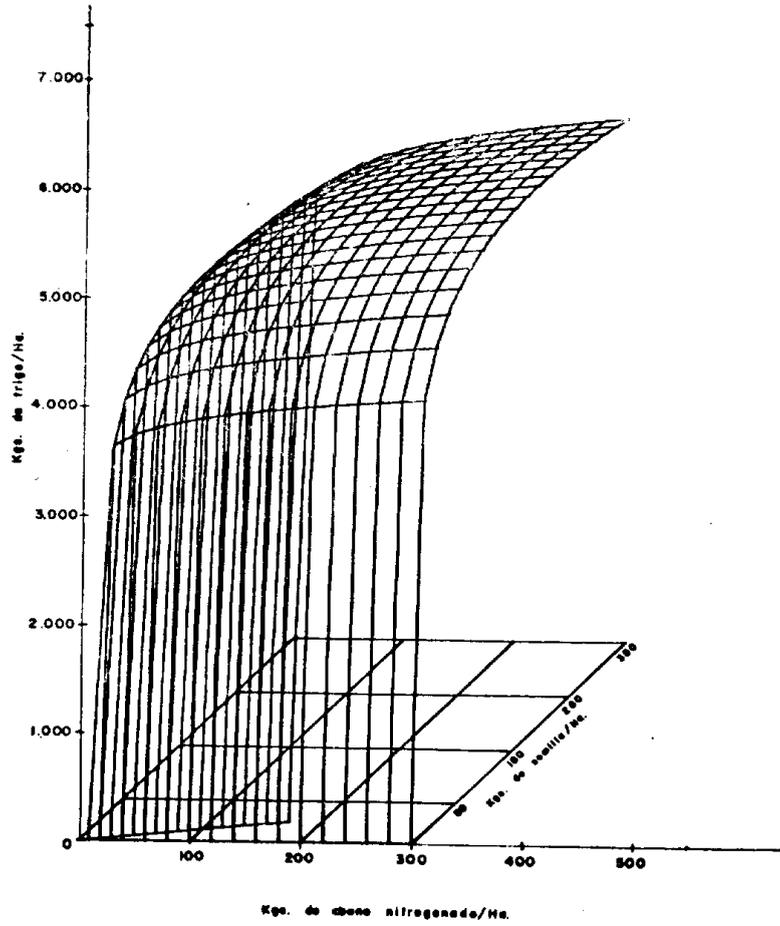


FIGURA 4
FUNCION POTENCIAL



a la determinación de las funciones de demanda de los factores de producción, funciones de oferta del producto y función de costes variables. De todas ellas, utilizaremos únicamente la función cuadrática por ser la que mejor explica la producción de trigo T-85 y además permite, en razón de la sencillez de cálculos, llegar a soluciones concretas.

La demanda total de un factor (abono nitrogenado) en la explotación la explicamos considerando dos procesos de producción: trigo T-85 y trigo Argelato; para éste, la producción se ajusta a la función, también cuadrática:

$$y = 2.071,346 + 14,031x_1 + 9,824x_2 - 0,04x_1^2 - 0,014x_2^2 + 0,004 x_1x_2$$

Los resultados de la experiencia con trigo Argelato (experiencia número 7) se detallan en el apéndice.

VI.1. FUNCIONES DE DEMANDA DEL ABONO NITROGENADO Y DE LA SEMILLA.

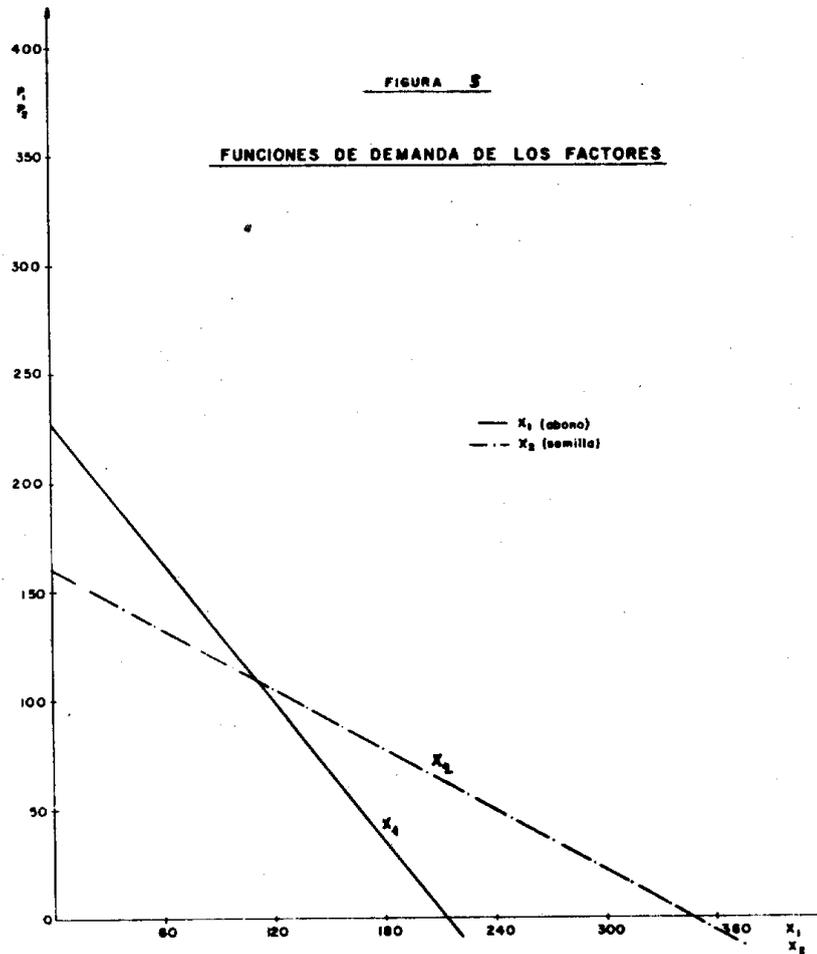
Aplicando [11] a la función cuadrática que explica la producción de trigo T-85 se tiene el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{aligned} p_1 &= p(18,021 - 0,088 x_1 + 0,009 x_2) \\ p_2 &= p(11,502 - 0,038 x_2 + 0,009 x_1) \end{aligned} \quad [33]$$

Resolviendo el sistema anterior se obtienen las funciones de demanda del abono nitrogenado y la semilla que aparecen en la primera columna del cuadro número 1. Particularizadas tales funciones para los precios de nuestro ejemplo ($p = 12,40$ pesetas/kg. de trigo, $p_1 = 26,895$ ptas./kg. de N., $p_2 = 23$ pesetas/kg. de semilla), resultan las siguientes ecuaciones demanda-precio para el abono y la semilla

$$\begin{aligned} x_1 &= 213,185 - 0,939 p_1 \\ x_2 &= 348,422 - 2,175 p_2 \end{aligned} \quad [34]$$

que se han representado en la figura número 5. En la segunda columna del cuadro número 1 se recogen las elasticidades demanda-precio del abono y la semilla, las elasticidades cru-



zadas y también las elasticidades con respecto al precio del trigo; la evolución de las elasticidades, en nuestro ejemplo, aparece en las figuras números 6 y 7. Los valores de dichas elasticidades para los precios de la aplicación se detallan en la última columna del cuadro número 1, y su interpretación es la siguiente:

- a) La demanda de abono nitrogenado disminuye el 13,4 por 100 si su precio se eleva al 100 por 100, des-

FIGURA N°6

ELASTICIDADES DE LA DEMANDA DE ABONO NITROGENADO CON RELACION A LOS PRECIOS

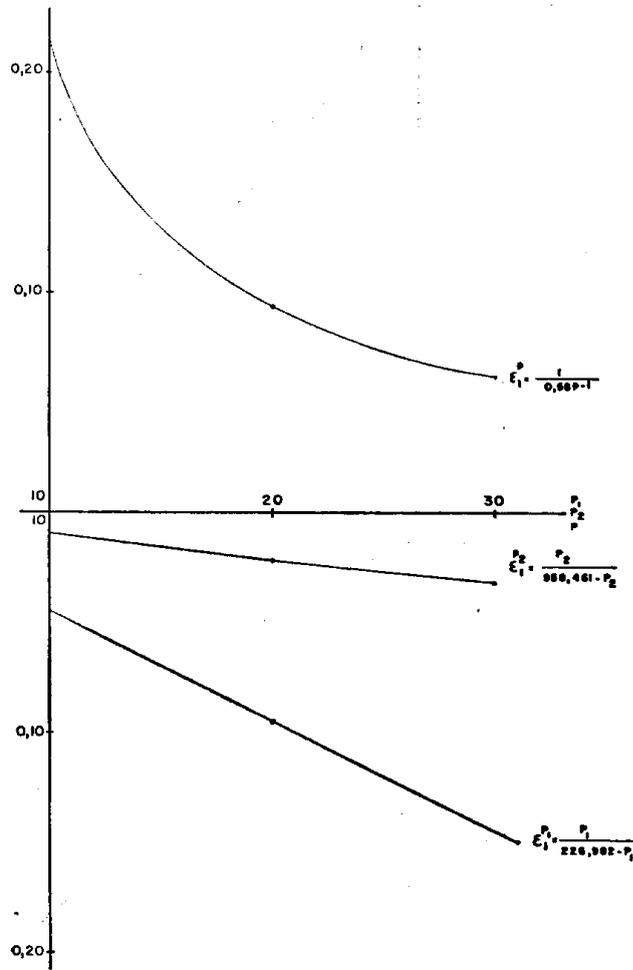
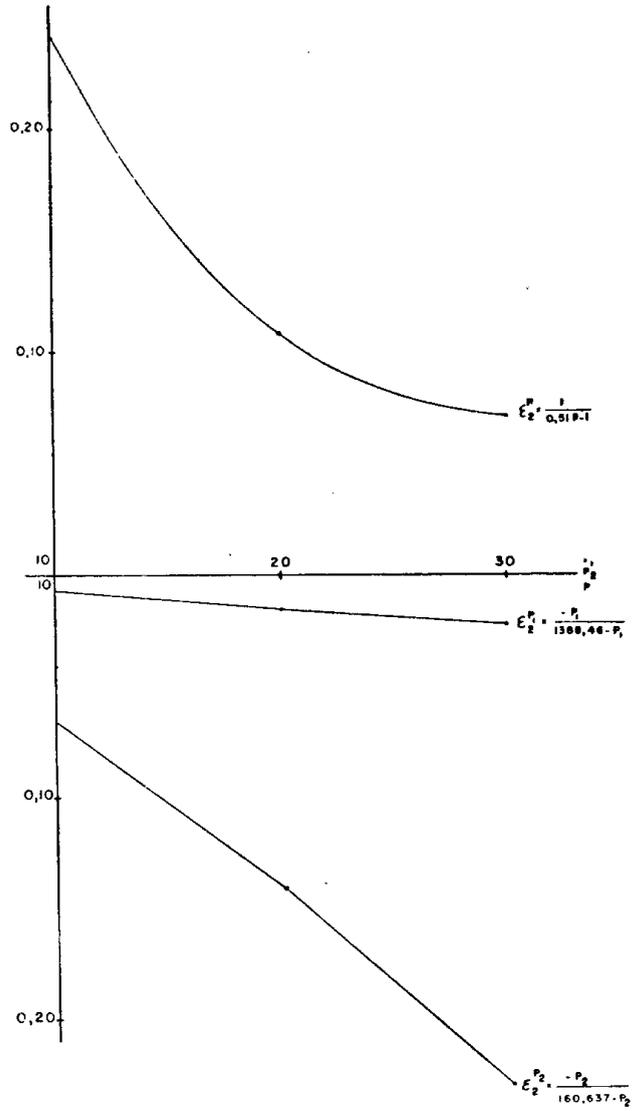


FIGURA 497

ELASTICIDADES DE LA DEMANDA DE SEMILLA CON RELACION A LOS PRECIOS



CUADRO NUMERO 1

FUNCIONES DE DEMANDA	ELASTICIDAD	VALOR DE LAS ELASTICIDAD
$X_1 = 218,296 - 11,646 \frac{p_1}{p} - 2,758 \frac{p_2}{p}$	$\epsilon_1^1 = \frac{-11,646 p_1}{218,296p - 11,646p_1 - 2,758p_2}$ $\epsilon_1^2 = \frac{-2,759 p_2}{218,296p - 11,646p_1 - 2,758p_2}$ $\epsilon_1^p = \frac{11,646p_1 + 2,758p_2}{218,296p - 11,646p_1 - 2,758p_2}$	$\epsilon_1^1 = -0,134$ $\epsilon_1^2 = -0,027$ $\epsilon_1^p = -0,160$
$X_2 = 354,395 - 2,758 \frac{p_1}{p} - 26,969 \frac{p_2}{p}$	$\epsilon_2^1 = \frac{-2,758 p_1}{354,395p - 2,758p_1 - 26,969p_2}$ $\epsilon_2^2 = \frac{-26,969 p_2}{354,395p - 2,758p_1 - 26,969p_2}$ $\epsilon_2^p = \frac{2,758p_1 + 26,969p_2}{354,395p - 2,758p_1 - 26,969p_2}$	$\epsilon_2^1 = -0,020$ $\epsilon_2^2 = -0,167$ $\epsilon_2^p = 0,187$

ciende el 2,7 por 100 si el precio de la semilla crece el 100 por 100 y aumenta el 16 por 100 en el caso de que el precio del trigo se incremente el 100 por 100.

- b) La demanda de la semilla disminuye el 2 por 100 si el precio del abono se eleva el 100 por 100, baja el 16,7 por 100 si su precio crece el 100 por 100 y aumenta el 18,7 por 100 si el precio del trigo se incrementa el 100 por 100.

Las variaciones en la demanda son menos proporcionales que las variaciones en los precios; positivas, cuando aumenta el precio del producto y negativas, cuando se incrementa el precio de los factores. Se trata, pues, de demandas muy inelásticas, y comparándolas resulta ligeramente más inelástica la del abono nitrogenado. Las elasticidades cruzadas de la demanda de abono y semilla justifican, al menos en teoría, la complementariedad entre los insumos, si bien tal complementariedad es exigua por ser casi nulos los valores de la elasticidad.

VI.2. FUNCIÓN DE OFERTA DEL TRIGO.

Esta función se obtiene sustituyendo en la función de producción las cantidades de los factores variables demandados por el productor según las funciones de demanda anteriormente calculadas. Procediendo así, se llega a:

$$y = 6.637,243 - 0,003 \frac{p_1}{p} + 0,017 \frac{p_2}{p} - 5,823 \frac{p_1^2}{p} - 13,485 \frac{p_2^2}{p^2} - 2,758 \frac{p_1 p_2}{p^2} \quad [35]$$

que figura recogida en la primera columna del cuadro número 2.

Particularizando la función anterior para los valores conocidos de los precios del abono y de la semilla, resulta la siguiente ecuación oferta-precio para el trigo:

$$y = 6.637,243 + \frac{0,315}{p} - \frac{13.051,709}{p^2} \quad [36]$$

que se ha representado en la figura número 8. Para mayor claridad se detallan en la tabla número 1 las cantidades ofrecidas para diferentes niveles del precio.

TABLA NUMERO 1

<i>p</i> (PTAS./KG.)	<i>y</i> (KG./HA.)
5	6.115,2
6	6.274,7
7	6.370,9
8	6.433,3
9	6.476,1
10	6.506,7
11	6.529,4
12	6.546,6
13	6.560,0
14	6.570,6
15	6.579,2
16	6.586,2
17	6.592,0
18	6.596,9
19	6.601,1
20	6.604,6

En la segunda columna del cuadro número 2 se recoge la elasticidad oferta-precio del trigo y las elasticidades de la oferta del trigo con respecto a los precios del abono y la semilla. Los valores de dichas elasticidades para los precios del ejemplo figuran en la última columna del cuadro número 2 y se interpretan como sigue:

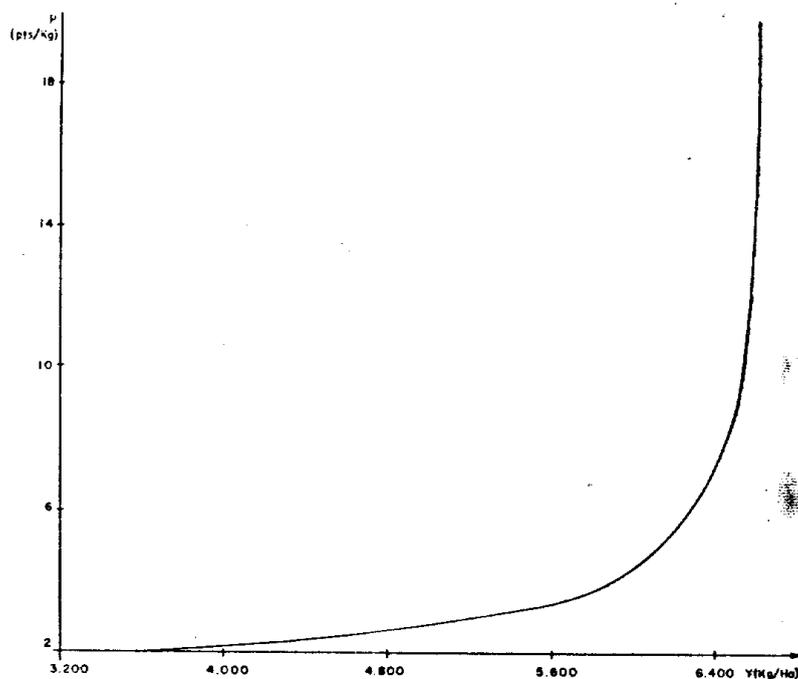
- a) Un incremento del 100 por 100 en el precio del abono nitrogenado origina una disminución del 1 por 100 en la oferta de trigo.
- b) Un incremento del 100 por 100 en el precio de la semilla provoca un descenso del 1,2 por 100 en la oferta de trigo.
- c) Un incremento del 100 por 100 en el precio del trigo causa un aumento del 29,3 por 100 en la oferta de trigo.

De ello se deduce que las modificaciones en los precios

CUADRO NUMERO 2

FUNCION DE OFERTA	ELASTICIDAD	VALOR DE LA ELASTICIDAD
$y = 6.637,243 -$ $-0,003 \frac{p_1}{p} +$ $+0,017 \frac{p_2}{p}$ $-5,823 \frac{p_1^2}{p^2} -$ $-13,485 \frac{p_2^2}{p^2} -$ $-2,758 \frac{p_1 p_2}{p^2}$	$\epsilon_{p_1} = \frac{-0,003 p_1 p - 11,646 p_1^2 - 2,758 p_1 p_2}{6.637,243 p^2 - 0,003 p_1 p + 0,017 p_2 p - 5,823 p_1^2 - 13,485 p_2^2 - 2,758 p_1 p_2}$ $\epsilon_{p_2} = \frac{-0,017 p_2 p - 26,970 p_2^2 - 2,758 p_1 p_2}{6.637,243 p^2 - 0,003 p_1 p + 0,017 p_2 p - 5,823 p_1^2 - 13,485 p_2^2 - 2,758 p_1 p_2}$ $\epsilon^p = \frac{0,003 p_1 p_2 + 0,017 p_2 p + 11,646 p_1^2 + 26,970 p_2^2 + 5,516 p_1 p_2}{6.637,243 p^2 - 0,003 p_1 p + 0,017 p_2 p - 5,823 p_1^2 - 13,485 p_2^2 - 2,758 p_1 p_2}$	$\epsilon_{p_1} = -0,010$ $\epsilon_{p_2} = -0,012$ $\epsilon^p = 0,293$

FIGURA N° 8
 FUNCION DE OFERTA DE TRIGO



de los factores tienen una escasa repercusión sobre la oferta del producto, no así en el caso del precio del producto, cuya repercusión es mayor. De todos modos, nótese que la oferta es muy inelástica.

VI.3. DEMANDA TOTAL DE UN FACTOR DE PRODUCCIÓN.

Como hemos dicho en el § 4, la demanda total de factores de producción tiene sentido cuando el empresario desarrolla en la explotación varios procesos de producción que utilizan

algún factor común y, además, se aprovisiona de una sola vez de tal insumo en el ejercicio.

Si nuestro empresario desarrolla dos procesos de producción de trigo que se ajustan a las funciones de producción:

Producción de trigo T-85.

$$y_1 = 2.850,464 + 16,021x_1 + 11,502x_2 - 0,044x_1^2 - 0,019x_2^2 + 0,009 x_1x_2$$

siendo:

- y_1 = cantidad de trigo T-85 (kg./Ha.).
- x_1 = cantidad de abono nitrogenado (kg. de N./Ha.).
- x_2 = cantidad de semilla de trigo T-85 (kg./Ha.).

Producción de trigo Argelato.

$$y_2 = 2.071,346 + 14,031x_1 + 9,824x_2 - 0,040x_1^2 - 0,014x_2^2 + 0,004 x_1x_2$$

siendo:

- y_2 = cantidad de trigo Argelato (kg./Ha.).
- x_1 = cantidad de abono nitrogenado (kg. de N./Ha.).
- x_2 = cantidad de semilla de trigo Argelato (kg./Ha.).

Está claro que en tales producciones el abono nitrogenado es el factor de producción común, porque la semilla es diferente. Para evitar confusiones, llamaremos p_2 al precio de la semilla de trigo T-85 y p_2^* al precio de la semilla de trigo Argelato; el precio del producto, p , es el mismo en ambos casos.

La demanda de abono nitrogenado en el proceso de producción 1 (trigo T-85) era:

$$x_1^1 = 218,296 - 11,646 \frac{p_1}{p} - 2,758 \frac{p_2}{p} \quad [37]$$

La demanda de abono nitrogenado en el proceso de producción 2 (trigo Argelato), obtenida como la anterior, es:

$$x_2^2 = 195,020 - 12,646 \frac{p_1}{p} - 1,807 \frac{p_2^*}{p} \quad [38]$$

Si se cultivan s_1 Has. de trigo T-85 y s_2 Has. de trigo Ar-

gelato, la demanda total de abono nitrogenado en la explotación durante el ejercicio será:

$$X_1 = s_1 x_1^1 + s_2 x_1^2 \quad [39]$$

Sustituyendo [37] y [38] en [39] se llega a la función de demanda del abono nitrogenado en la explotación,

$$X_1 = s_1 \left(218,296 - 11,646 \frac{p_1}{p} - 2,758 \frac{p_2}{p} \right) + s_2 \left(195,020 - 12,646 \frac{p_1}{p} - 1,807 \frac{p_2^*}{p} \right) \quad [40]$$

que, como se ve, depende de p_1 , p_2 , p_2^* , p , s_1 y s_2 . Esta función figura en la primera columna del cuadro número 3.

La sensibilidad de la demanda del abono nitrogenado en la explotación a las variaciones de los precios se estudia a través de la elasticidad correspondiente que aparece en la segunda columna del cuadro número 3. Los valores de las elasticidades para los precios del ejemplo se detallan en la última columna de dicho cuadro. Como se ve, dependen de s_1 y s_2 cuando las superficies de los cultivos son diferentes; en caso contrario ($s_1 = s_2$), las elasticidades son independientes de la superficie cultivada y su interpretación es la siguiente:

- a) La demanda total de abono nitrogenado disminuye el 14,9 por 100 si su precio se eleva el 100 por 100.
- b) La demanda total de abono nitrogenado disminuye el 1,5 por 100 si el precio de la semilla de trigo T-85 crece el 100 por 100.
- c) La demanda total de abono nitrogenado disminuye el 0,8 por 100 si el precio de la semilla de trigo Arge-lato crece el 100 por 100.
- d) La demanda total de abono nitrogenado aumenta el 17,2 por 100 si el precio del trigo se incrementa el 100 por 100.

Las variaciones en la demanda total de abono nitrogenado son menos que proporcionales que las variaciones en los precios; negativas, cuando aumenta el precio de los factores y posi-

CUADRO NUMERO 3

FUNCION DE DEMANDA TOTAL	ELASTICIDAD	VALOR DE LA ELASTICIDAD	
		$s_1 \neq s_2$	$s_1 = s_2$
$X_1 =$ $= s_1 \left(218,296 - \frac{p_1}{p} - 11,646 \frac{p_2}{p} - 2,758 \frac{p_3}{p} \right) +$ $+ s_2 \left(195,020 - \frac{p_1}{p} - 12,646 \frac{p_2}{p} - 1,807 \frac{p_3}{p} \right)$	$e_1^{p_1} = \frac{\left[\left(-\frac{11,646}{p} \right) s_1 + \left(-\frac{12,646}{p} \right) s_2 \right] p_1}{s_1 \left(218,296 - \frac{p_1}{p} - 11,646 \frac{p_2}{p} - 2,758 \frac{p_3}{p} \right) + s_2 \left(195,020 - \frac{p_1}{p} - 12,646 \frac{p_2}{p} - 1,807 \frac{p_3}{p} \right)}$ $e_1^{p_2} = \frac{\left(-\frac{2,758}{p} \right) s_1 p_2}{s_1 \left(218,296 - \frac{p_1}{p} - 11,646 \frac{p_2}{p} - 2,758 \frac{p_3}{p} \right) + s_2 \left(195,020 - \frac{p_1}{p} - 12,646 \frac{p_2}{p} - 1,807 \frac{p_3}{p} \right)}$	$e_1^{p_1} = \frac{-25,36s_1 - 27,428s_2}{187,925s_1 + 164,818s_2}$ $e_1^{p_2} = \frac{-5,116 s_1}{187,925s_1 + 164,818s_2}$	$s_1 = s_2$ $e_1^{p_1} = -0,149$ $e_1^{p_2} = -0,015$

CUADRO NUMERO 3 (Continuación)

FUNCION DE DEMANDA TOTAL	ELASTICIDAD	VALOR DE LA ELASTICIDAD	
		$s_1 \neq s_2$	$s_1 = s_2$
	$\epsilon_1^{P_2^*} = \frac{\left(-\frac{1,807}{p}\right) s_2 P_2^*}{s_1 \left(218,296 - 11,646 \frac{p_1}{p} - 2,758 \frac{p_2}{p}\right) + s_2 \left(195,020 - 12,646 \frac{p_1}{p} - 1,807 \frac{p_2}{p}\right) - \frac{1}{p} \left[(11,646 p_1 + 2,758 p_2) s_1 + (12,646 p_1 + 1,807 p_2^*) s_2 \right]}$	$\epsilon_1^{P_2^*} = \frac{-2,796 s_2}{187,925 s_1 + 164,818 s_2}$	$\epsilon_1^{P_2^*} = -0,008$
	$\epsilon_1^P = \frac{s_1 \left(218,296 - 11,646 \frac{p_1}{p} - 2,758 \frac{p_2}{p}\right) + s_2 \left(195,020 - 12,646 \frac{p_1}{p} - 1,807 \frac{p_2}{p}\right)}{30,376 s_1 + 30,197 s_2}$	$\epsilon_1^P = \frac{30,376 s_1 + 30,197 s_2}{187,925 s_1 + 164,818 s_2}$	$\epsilon_1^P = 0,172$

tivas, cuando se incrementa el precio del producto. Puede decirse, pues, que la demanda total de abono nitrogenado en la explotación es muy inelástica. Los precios de las semillas (precios cruzados) tienen escasa repercusión sobre la demanda. No obstante, las elasticidades cruzadas justifican, al menos en teoría, un comportamiento complementario entre abono y semillas, si bien tal comportamiento, en la práctica, reviste escaso interés porque los valores de las elasticidades son casi nulos.

Particularizando la función de demanda [40] para los precios de nuestro ejemplo ($p = 12,40$ ptas./kg., $p_2 = 23$ ptas./kg., $p_2^* = 19$ ptas./kg.), resulta la siguiente ecuación demanda-precio para el abono nitrogenado.

$$X_1 = s_1(213,180 - 0,939 p_1) + s_2(192,251 - 1,020 p_1) \quad [41]$$

Esta demanda no es otra cosa que la aplicación de la expresión [18] —deducida en el § 4— a nuestro ejemplo.

En el caso de que las superficies cultivadas para ambos tipos de trigos sean iguales ($s_1 = s_2$) la demanda [41] se convierte en:

$$X_1 = s_1(405,431 - 1,959 p_1) \quad [42]$$

O lo que es lo mismo, la demanda-precio unitaria (por Ha.) será:

$$x_1 = 405,431 - 1,959 p_1 \quad [43]$$

VI.4. FUNCIÓN DE COSTES.

La función de costes variables de nuestro ejemplo es:

$$C_v = 26,895 x_1 + 23 x_2 \quad [44]$$

La ley de las productividades marginales ponderadas con los precios, en nuestro caso, conduce a la ecuación

$$\frac{16,021 - 0,088 x_1 + 0,009 x_2}{11,502 - 0,038 x_2 + 0,009 x_1} = \frac{26,895}{23}$$

Despejando en ella x_2 en función de x_1 se llega a:

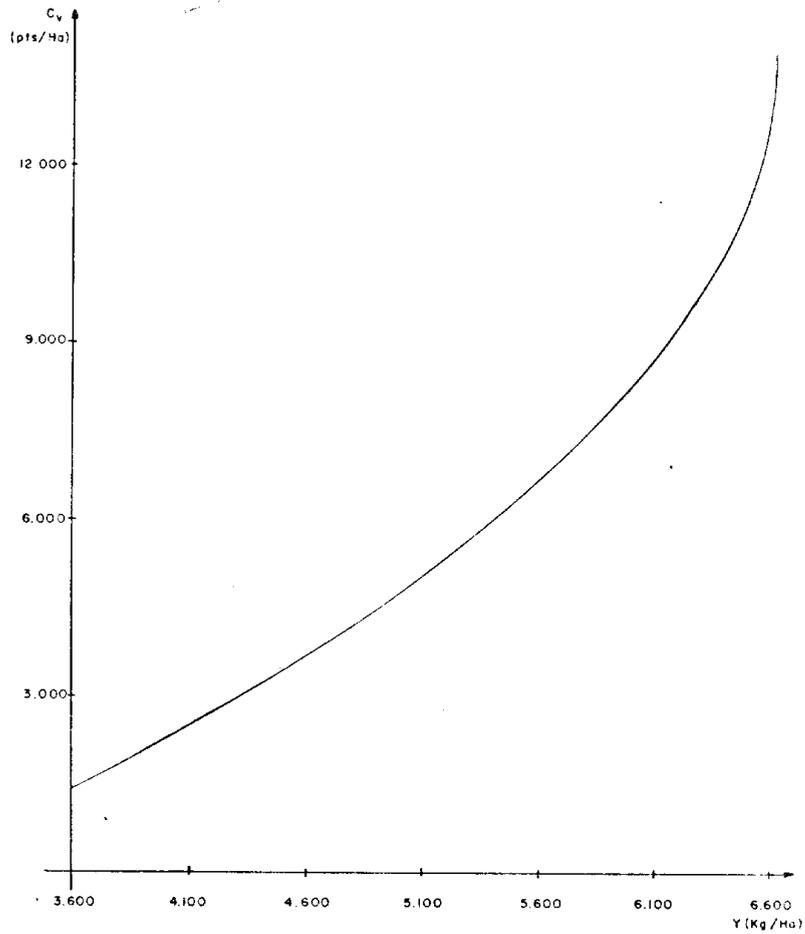
$$x_2 = -48,117 + 1,84 x_1 \quad [45]$$

Del sistema de ecuaciones formado por [44] y [45] se despejan x_1 y x_2 , obteniéndose:

$$x_1 = \frac{C_v + 1.106,699}{69,302}$$

$$x_2 = 18,673 + 0,0266 C_v$$

FIGURA N^o 9
FUNCIÓN DE COSTES VARIABLES



Sustituyendo estos valores en la función de producción se llega a:

$$19,155 \cdot 10^{-8} C_v^2 - 0,537 C_v - 2.870,993 = y$$

O lo que es lo mismo, despejando C_v en función de y ,

$$C_v = 14.022,107 - 228,486 \sqrt{6.637,243 - y} \quad [46]$$

Esta es la función de costes variables del trigo T-85 que aparece representada en la figura número 9. En la tabla número 2 se refleja el coste variable que corresponde a los diferentes niveles de producción.

TABLA NUMERO 2

y (KG./HA.)	C_v (PTAS./HA.)
3.600	1.429,9
3.700	1.639,0
3.800	1.851,6
3.900	2.068,0
4.000	2.288,4
4.100	2.513,0
4.200	2.742,1
4.300	2.975,9
4.400	3.214,8
4.500	3.459,1
4.600	3.709,2
4.700	3.965,4
4.800	4.228,4
4.900	4.498,7
5.000	4.776,9
5.100	5.063,6
5.200	5.359,9
5.300	5.666,7
5.400	5.985,2
5.500	6.316,8
5.600	6.663,4
5.700	7.027,1
5.800	7.410,8
5.900	7.818,2
6.000	8.254,2
6.100	8.726,1
6.200	9.244,3
6.300	9.826,1
6.400	10.502,8
6.500	11.345,3
6.600	12.627,7

APENDICE

En las experiencias, el sistema de diseño utilizado ha sido el «split-plot». Para cada ensayo se repitieron cuatro parcelas con los mismos datos experimentales. El tamaño de cada parcela fue de 100 m² (4 × 25 m.).

Las dosis de nitrógeno utilizadas fueron función del tipo de cultivo:

a) En secano fueron ensayadas 0, 60, 100, 140, 180 kg. de N./Ha. Se empleó urea para sementera y primera cobertera y nitrato amónico para la segunda cobertera. Las dosis de P₂O₅ fueron 100 kg./Ha. y 100 kg./Ha. de K₂O, realizándose el abonado días antes de las siembras, y enterrados posteriormente. Se utilizó superfosfato del 16 por 100 y sulfato potásico del 50 por 100.

b) En regadío fueron ensayados 0, 75, 150, 225 y 300 kg. de N./Ha., con los mismos productos que en el secano. En este caso se utilizaron 150 kg. de P₂O₅ y 150 kg./Ha. de K₂O de los mismos abonos que en secano.

La dosis de siembra en los ensayos de secano fueron 60, 140, 220, 300 kg./Ha. de semilla y 80, 180, 280, 380 kg./Ha. de regadío.

Experiencia núm. 6

Lugar: Toro (Zamora)
Cereal y variedad: Trigo T-85
Datos experimentales:

		DOSIS DE SIEMBRA			
		80 kg./Ha.	180 kg./Ha.	280 kg./Ha.	380 kg./Ha.
DOSIS DE ABONADO	0 kg./Ha.	3.675	4.262,5	4.500	4.225
	75 kg./Ha.	4.625	5.475	5.737,5	5.775
	150 kg./Ha.	5.175	5.775	6.625	6.625
	225 kg./Ha.	5.250	5.625	6.462,5	5.987,5
	300 kg./Ha.	4.675	5.800	6.100	6.450

EXPERIENCIA NUMERO 6 (*)

ECUACION	n	ESTIMACIONES						F	R ²
		a	b	c	d	e	f		
$y_6 = a + bx_1 + cx_2 + dx_1^2 + ex_2^2 + fx_1x_2$	20	2850,464 (2,092)	16,021 ^w (2,638)	11,502 ^w (2,638)	-0,044 ^w (0,006)	-0,019 ^v (0,005)	0,009 ^u (0,005)	45,62 ^w	0,94
$y_6 = a + bx_1 + cx_2 + d\sqrt{x_1} + e\sqrt{x_2} + f\sqrt{x_1x_2}$	20	1156,877 (2,844)	-8,094 ^w (4,606)	-11,153 ^u (4,606)	165,229 ^v (47,541)	378,863 ^v (133,367)	4,879 ^u (2,381)	41,67 ^w	0,93
$y_6 = a + bx_1 + cx_2 + dx_1^{3/2} + ex_2^{3/2} + fx_1x_2$	20	2593,3921 (2,945)	25,65 ^w (4,491)	19,344 ^w (4,491)	-1,311 ^w (0,156)	-0,752 ^v (0,198)	0,009 ^u (0,004)	52,91 ^w	0,94
$y_6 = ax_1^b x_2^c$	16	1974,75 (0,026)	0,044 ^u (0,026)	0,159 ^w (0,023)				25,70 ^w	0,79

(*) u = significativo al 0,20. v = significativo al 0,01. w = significativo al 0,001.

Experiencia núm. 7

Lugar: Toro (Zamora)
Cereal y variedad: Trigo Argelato
Datos experimentales:

		DOSIS DE SIEMBRA			
		80 kg./Ha.	180 kg./Ha.	280 kg./Ha.	380 kg./Ha.
DOSIS DE ABONADO	0 kg./Ha.	2.962,5	3.137,5	3.300	3.862,5
	75 kg./Ha.	3.775	4.262,5	4.812,5	5.137,5
	150 kg./Ha.	3.825	4.925	4.900	5.100
	225 kg./Ha.	3.900	4.712	5.050	4.850
	300 kg./Ha.	3.362,5	4.150	5.125	4.762,5

BIBLIOGRAFIA

1. BALLESTERO, E.: *Principios de Economía de la Empresa*. Alianza Textos. Madrid, 1979.
2. CABALLER MELLADO, V.: *Optimización temporal para las fechas de recolección de agríos en el Levante español*, «Revista de Estudios Agro-sociales» núm. 98. 1977.
3. CARLSON, S.: *A Study on the Theory of Production*. Ed. Kelly & Millman. 1956.
4. DILLON, J. L.: *The analysis of response in crop and livestock-production*. Pergamon Press, 1968.
5. FERNÁNDEZ BLANCO, M.: *Inputs óptimos para el cultivo de la remolacha azucarera en España*. Instituto Nacional de Investigaciones Agrarias. Madrid, 1975.
6. FERTIBERIA: *Abonado de los cereales*. Boletín 7. Madrid, 1972.
7. FRISCH, R.: *Las leyes técnicas y económicas de la producción*. Ed. Saguatario. Barcelona, 1963.
8. HEADY, E. O.; DILLON, J. L.: *Agricultural Production Functions*. Ed. Iowa University Press, 1961.
9. HENDERSON, J. M.; QUANDT, R. E.: *Teoría microeconómica*. Ed. Ariel. Barcelona, 1975.
10. HICKS, J. R.: *Valor y capital*. Fondo de Cultura Económica, 1968.
11. PAZOS MORÁN, D.: *Funciones de producción en judías blancas y tablas de óptimos económicos*. «Revista de Estudios Agro-sociales» núm. 99. Madrid, 1977.
12. SAMUELSON, P. A.: *Fundamentos del Análisis Económico*. Ed. El Ateneo, 1971.
13. WALSH, V. CH.: *Introducción a la microeconomía contemporánea*. Vicens Universidad, 1974.

R E S U M E N

En este artículo se estudia la producción agraria desde la óptica de las funciones de producción. Se expone la metodología para la determinación de las funciones de demanda de los factores de producción, prestando especial atención a la demanda total de un insumo en la explotación. También se aborda la determinación de la función de oferta del producto y se expone la metodología para determinar la función de costes variables del proceso de producción.

R E S U M É

On étudie dans cet article la production agricole du point de vue des fonctions de production. On expose la méthodologie pour la détermination des fonctions de demande des facteurs de production, en prêtant une attention spéciale à la demande totale d'un coût dans l'exploitation. On aborde aussi la détermination de la fonction de l'offre du produit et on expose la méthodologie pour déterminer la fonction des coûts variables du processus de production.

S U M M A R Y

This article studies agricultural production from the point of view of the functions of production. It describes the methodology for the determination of the factors of production, paying special attention to the total demand for financing in the exploitation. It also deals with the determination of the offer function of the product and describes the methodology for determining the function of variable costs of the production process.
