

# PROGRAMACION DE CULTIVOS EN SITUACIONES DE RIESGO Y DE INCERTIDUMBRE EN CASTILLA LA VIEJA

Por  
RAMON ALONSO SEBASTIAN (\*)

## S U M A R I O

1. INTRODUCCION.—2. MODELO DE PROGRAMACION EN SITUACION DE RIESGO.—3. RESTRICCIONES AGRONOMICAS.—4. SITUACION DE INCERTIDUMBRE.—5. ESTUDIO DE UN CASO REAL: 5.1. SEMILLAS. 5.2. ABONOS. 5.3. MANO DE OBRA Y MECANIZACION.—6. DETERMINACION DEL PLAN OPTIMO DE CULTIVO.—7. PLAN OPTIMO DE CULTIVO PARA EL CASO DE INCERTIDUMBRE (Continuación del caso anterior). 7.1. CRITERIO DE WALD. 7.2. CRITERIO DE SAVAGE. 7.3. CRITERIO DE AGRAWAL-HEADY. 8. COMPARACION DE RESULTADOS.—BIBLIOGRAFIA.

## 1. INTRODUCCION

Las decisiones del empresario se encuentran condicionadas no sólo por los objetivos que pretende conseguir, sino también, por ciertas limitaciones en cuanto a disponibilidad de factores de producción (disponibilidad limitada de tierra cultivable, de agua de riego, de silos, etc.), así como por la información que posee sobre las consecuencias que sus decisiones pueden originar. No cabe duda que el grado de información, influye sobre la conducta del empresario en tal medida que, dado un conjunto de datos y un objetivo, la decisión puede variar en función de la fiabilidad que se conceda a dicho conjunto de datos. Cuando no contamos con datos fiables en número suficiente, tenemos que considerar las diversas posibilidades de que una variable económica tome un valor u otro. Es decir, asociamos a cada variable económica el vector de sus valores posibles, suponiendo que el empresario disponga al menos de una información que le permita eliminar los

---

(\*) Dr. Ingeniero Agrónomo. Profesor adjunto de Economía de la Empresa en la ETS de Ingenieros Agrónomos de la Universidad Politécnica de Madrid.

valores «imponibles». En otro caso (cuando se carece de una información fiable y completa), el empresario se encuentra bien en una situación de riesgo, bien en una situación de incertidumbre.

Los conceptos de riesgo e incertidumbre, tal como se admiten hoy en la teoría económica fueron formulados inicialmente por KNIGHT, que distinguió entre uno y otro apoyándose en la existencia o ausencia de una medida de lo incierto. Así, dice textualmente:

«It will appear that a measurable uncertainty, or «risk» proper, as well shall use the term, is so far different from an unmeasurable one that it is not effect an uncertainty at all. We shall accordingly restrict the term «uncertainty» to cases of the non-quantitive type.»[8, págs. 19-21].

Esto es, cuando hay un criterio que permita medir la posibilidad de lo incierto, estamos en una situación de riesgo, mientras que si carecemos de semejante criterio estamos en situación de incertidumbre. Naturalmente, la medida habitual o idónea a este respecto es la probabilidad de que se realice un estado de la economía; o en otras palabras, la probabilidad de que el conjunto de variables económicas que intervienen en una programación tome valores en uno u otro entorno.

Ahora bien, se puede trabajar con probabilidades objetivas o con probabilidades subjetivas. Esta consideración lleva a KARMAN J. COHEN y Richard M. CYERT [4, pág. 293] a precisar los conceptos de riesgo subjetivo y riesgo objetivo. El riesgo es subjetivo cuando el empresario carece de base objetiva para determinar las probabilidades. El riesgo es, por el contrario, objetivo cuando el empresario conoce las probabilidades de que se produzca un cierto resultado cuando emplea una cierta estrategia. Por último, la incertidumbre es aquella situación en la que el empresario no puede o no quiere calcular sobre bases objetivas o subjetivas las probabilidades de aparición de un resultado que correspondan a una determinada estrategia, aunque conoce el vector de resultados posibles para cada estrategia posible.

La definición de KNIGHT domina, pues, en la literatura, aunque otros autores hayan establecido precisiones y matizaciones en torno suyo, como es el caso de COHEN y CYERT. La aclaración de D. C. HAGUE [6, pág. 202], cuando habla de riesgo contra el que cabe asegurarse y de riesgo contra el que no cabe asegurarse, corresponde también al concepto knightiano, ya que los riesgos asegurables, que significan una situación de riesgo propiamente dicho, se dan cuando se conoce la probabilidad de que tenga lugar un hecho (en general, todos y cada uno

---

de los hechos que afectan a un resultado económico); por su parte, los riesgos no asegurables, que aparecen en ausencia de leyes probabilísticas, implican una situación de incertidumbre.

Una variante, dentro de esta misma línea definitoria, aparece en WESTON, citado en [3, pág. 188], quien considera dos tipos de riesgo: el riesgo transformable y el riesgo no transformable. El primero es aquel que puede reducirse o eliminarse. Para WESTON, el beneficio empresarial debe atribuirse exclusivamente a los riesgos no transformables.

G. JAENSCH, citando a EUKEN [7, pág. 80] define el riesgo como la diferencia entre un «valor ex-ante» y un «valor ex-post» que puede originarse para cada decisión del empresario. Esto es, el empresario espera que una variable económica (v. gr.: el beneficio de una inversión) tome un cierto valor: este es el valor *ex-ante*, que no es otra cosa sino una expectativa. Pero en la realidad, ocurrirá que dicha variable económica toma un valor distinto: el valor *ex-post*; la desviación puede favorecer al empresario (como en el caso de un beneficio mayor que el esperado). A la desviación favorable respecto al valor esperado le llama «suerte» y a la desfavorable «riesgo».

Frente a esta interpretación demasiado casuista, BALLESTERO [2, pág. 49] no cree necesario distinguir entre «suerte» y «riesgo». El beneficio es una variable aleatoria que puede tomar valores positivos o negativos, o bien desviarse de un modo positivo o negativo respecto a un valor dado. El riesgo de ganancia comprende tanto las desviaciones positivas como las negativas, pues la variable «ganancia» en su sentido matemático se refiere no sólo a las ganancias propiamente dichas, sino también a las pérdidas (ganancias negativas). Por eso, carece de sentido distinguir entre suerte y riesgo; ambos conceptos significarían, en todo caso, lo mismo.

Cuando un empresario agrícola se encuentra en situación de incertidumbre, puede establecer un plan de cultivos con ayuda de la programación lineal, pero si se encuentra en situación de riesgo (es decir, ante un futuro aleatorio) debe recurrir a los modelos de programación en situación de riesgo, y cuando se encuentre en situación de incertidumbre, debe acudir a la teoría de juegos, ya que la elección de estrategias por un juego no requiere como norma general el conocimiento de probabilidades (no obstante, en algunos criterios de juegos contra la naturaleza se utilizan probabilidades subjetivas). En agricultura la incertidumbre no está tan extendida como se podría suponer; por el contrario, son las situaciones de riesgo las que predominan.

BALLESTERO afirma [2, pág. 49]:

«Merced a las técnicas modernas de información muchas empresas que antes se movían en la incertidumbre pueden hoy estimar sus riesgos. Así sucede cuando el empresario agrícola calcula las posibilidades de que sus cosechas sean más o menos abundantes, atendiendo a la probabilidad de lluvia en su región.»

Esta afirmación no sólo es aplicable a los factores climatológicos, sino también a factores incontrolables relacionados con la fitopatología y con la patología animal, así como a los precios de mercado, sobre todo en productos de precio cíclico.

## 2. MODELO DE PROGRAMACION EN SITUACION DE RIESGO

Para la programación en situaciones de riesgo se aplica el modelo de MARKOWITZ (\*).

Con este modelo se obtiene una distribución óptima de la superficie cultivada bajo una condición de riesgo, es decir, se consigue maximizar el beneficio con la condición de que el riesgo derivado del plan de cultivos no supere una cota dada. Una variante del planteamiento anterior consiste en minimizar el riesgo con la condición de que el beneficio no descienda de (o sea igual a) un valor determinado. Como el beneficio se hace máximo cuando se maximiza el margen bruto, se puede sustituir un concepto por otro dada la mayor dificultad que presenta el cálculo del beneficio. Llamando  $B_0$  al margen bruto que se quiere alcanzar, y haciendo variar  $B_0$ , se determinan los diversos planes de cultivos cuyo riesgo es mínimo para cada  $B_0$ .

El operador que se emplea para la medida del riesgo es la varianza de los márgenes brutos.

A su vez, los márgenes brutos se calculan como diferencia entre ingresos y costes variables, correspondiendo a cada cultivo que se puede implantar un margen bruto medio y una varianza de dicho margen, valores que se conocen previamente.

La determinación de los márgenes y del riesgo de cada cultivo puede hacerse mediante fuentes de estimación objetiva o subjetiva. Las

---

(\*) Véase [9].

fuentes de estimación objetiva son series estadísticas suficientemente amplias, que se refieren a precios, rendimientos de cosechas, etc, y que se toman como base para calcular las probabilidades. La estimación subjetiva se fundamenta en las opiniones derivadas de la experiencia y en los conocimientos generales propios de los cultivos de que se trate.

Una vez conocidos los márgenes brutos, así como las varianzas y covarianzas para los distintos cultivos, el problema se reduce al cálculo de la esperanza, y de la varianza del margen bruto total que corresponde al proceso de producción conjunta (es decir, al plan de cultivos).

Llamaremos:

$B_i$  = Margen bruto medio unitario del cultivo  $i$  (ptas/Ha.).

$X_i$  = Superficie implantada del cultivo  $i$  (Ha.).

$\sigma_{ij}$  = Varianza (o covarianza) del margen bruto unitario para los cultivos  $(i, j)$ .

$B_T$  = Margen bruto total.

$V_T$  = Riesgo del empresario.

Teniendo en cuenta la nomenclatura anterior, podemos escribir:

$$B_T = \sum_i B_i X_i \quad (1)$$

lo cual equivale a expresar el margen bruto medio total como suma de los márgenes brutos medios unitarios de cada cultivo, ponderados por la superficie cultivada de los mismos. Por otra parte:

$$V_T = \sum_i \sum_j \sigma_{ij} X_i X_j \quad (2)$$

expresa el riesgo del empresario como suma de varianzas y covarianzas de los márgenes brutos unitarios ponderada por los productos de las superficies correspondientes.

Para determinar la superficie de cada cultivo (esto es, el plan que se busca) se recurre a la programación no lineal.

$$\text{Min } V_T = \sum_i \sum_j \sigma_{ij} X_i X_j \quad (3)$$

sujeta a las restricciones siguientes:

$$\sum_{i=1}^n B_i X_i = B_0 \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = S \quad (5)$$

$$X_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$



Representando matricialmente el sistema anterior:

$$\begin{bmatrix}
 \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} & \frac{1}{2} B_1 & \frac{1}{2} \\
 \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} & \frac{1}{2} B_2 & \frac{1}{2} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn} & \frac{1}{2} B_n & \frac{1}{2} \\
 B_1 & B_2 & \dots & B_n & 0 & 0 \\
 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 X_1 \\
 X_2 \\
 \dots \\
 X_n \\
 \mu_1 \\
 \mu_2
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 \dots \\
 0 \\
 B_0 \\
 S
 \end{bmatrix}$$

Expresándolo abreviadamente:

$$A \cdot X = B \tag{10}$$

siendo:

- A: matriz de los coeficientes.
  - X: vector columna de las incógnitas.
  - B: vector columna de los términos independientes.
- Mediante una permultiplicación por  $A^{-1}$  queda:

$$X = A^{-1}B \tag{11}$$

De esta forma se pueden obtener el conjunto de soluciones posibles con sólo dar valores a  $B_0$ .

Puede ocurrir que para algún valor de  $B_0$  algunos  $X_i$  tomen valores negativos. Cuando esto ocurra, se dan valores crecientes a  $B_0$  hasta que para  $B = B_0$  el valor de algún  $X_i$  sea nulo. Eliminando la fila y la columna  $i$  a la que pertenece  $X_i$  se obtienen las matrices reducidas  $A', X', B'$ , que igualmente cumplirán:

$$X' = A'^{-1} \times B' \tag{12}$$

A partir de (12), y dando valores a  $B_0$  superiores a  $B$  se obtienen las posibles soluciones que cumplen la condición de varianza mínima.

El conjunto de valores de  $X_i$  así obtenidos es el conjunto de soluciones para los diferentes valores de  $B_0$ .

### 3. RESTRICCIONES AGRONOMICAS

En la programación bajo riesgo, aplicando el modelo de MARKOVITZ, se define el conjunto de soluciones eficientes como aquel que cumple la condición de varianza mínima para un determinado margen bruto  $B_0$ .

Ahora bien, dentro del conjunto de soluciones eficientes es, a veces, necesario eliminar aquellas que no cumplan otras restricciones específicas del proceso de producción de que se trate.

En el caso de programación de cultivos, hay que eliminar aquellas soluciones eficientes que no cumplen las restricciones agronómicas, y en particular, las restricciones que resultan de la rotación de cultivos cuando la técnica agronómica no autoriza a repetir sobre una misma parcela ciertos cultivos durante varios años seguidos y obliga además a guardar ciertas reglas en cuanto al orden de sucesión de los mismos. La precisión de cumplir estas restricciones hace que las soluciones tengan que estar comprendidas en dominios determinados.

Como consecuencia de estas restricciones, se divide el conjunto de soluciones eficientes en dos grandes grupos:

- a) Soluciones eficientes *posibles* (aquellas que cumplen las restricciones agronómicas).
- b) Soluciones eficientes *no posibles* (aquellas que no cumplen las restricciones agronómicas).

El problema consiste entonces en investigar las soluciones eficientes posibles, segregando este subconjunto del conjunto de soluciones eficientes.

### 4. SITUACION DE INCERTIDUMBRE

Cuando el empresario se encuentre en situación de incertidumbre, la cual se caracteriza por el desconocimiento de las consecuencias que origina cada decisión que toma, se aplica la teoría de juegos, escribiendo una matriz de beneficios donde cada fila coincide con una posible actividad (en este caso, con un posible cultivo), y donde cada columna corresponde a una reacción de la naturaleza; las cifras de dicha columna son los márgenes brutos que resultan de esa reacción de la naturaleza para cada cultivo.

Las decisiones del empresario pueden ser puras y mixtas. Son puras cuando, entre las posibles actividades, escoge sólo una; son mixtas cuando juega  $n$  actividades con probabilidades  $P_1, P_2 \dots P_n$ .

---

La naturaleza, a su vez, interviene en el juego, eligiendo de entre todas las columnas, una de ellas; esto es, la naturaleza reacciona fijando los márgenes brutos para cada una de las actividades cada vez que se produce un juego. Cada ejercicio económico (cada campaña agrícola) da lugar, pues, a un juego y, por tanto, a una decisión del empresario y a una subsiguiente reacción o decisión de la naturaleza.

Si la solución del juego corresponde a una estrategia pura, los recursos productivos cuya utilización óptima se estudia (en nuestro caso, la superficie cultivable) se dedicarán a una sola actividad (en nuestro caso a un solo cultivo), mientras que si corresponden a una estrategia mixta se diversificarán las actividades (la superficie cultivable será ocupada por dos o más cultivos).

Los distintos criterios de la teoría de juegos parten de distintos supuestos sobre la mentalidad del empresario y, en particular, sobre su grado de optimismo o pesimismo; la estrategia óptima se determina de acuerdo con estos supuestos y difiere, por tanto, de unos empresarios a otros, ya que las bases psicológicas del comportamiento también difieren (\*).

## 5. ESTUDIO DE UN CASO REAL

Se trata de establecer un plan de cultivo para una explotación agrícola. El empresario dispone de información sobre rendimientos, precios percibidos por los agricultores y precios de los factores de producción, y desea distribuir la superficie cultivable de tal modo que el riesgo sea mínimo y que el margen bruto total alcance un valor prefijado.

La explotación cuenta con una finca, situada en Castilla la Vieja, cuya extensión es de 100 Ha.; todas ellas de regadío. Las condiciones climáticas y edafológicas permiten el cultivo de trigo, cebada, patata y remolacha.

Una restricción agronómica en relación con el cultivo de patata impide que este cultivo se repita todos los años sobre la misma parcela, siendo preciso un año de descanso como mínimo. En cuanto a la remolacha, se necesita un período de descanso de dos años como mínimo. Por razones técnicas, se fija en 5 Has. la superficie mínima para cada cultivo.

Los datos utilizados proceden de publicaciones del Ministerio de Agricultura, citándose en cada caso.

(\*) Una explicación detallada de la teoría de juegos puede verse en [2, págs. 287-307].

Los precios percibidos por los agricultores han sido deflectados según el índice de precios al por mayor elaborado por el Instituto Nacional de Estadística.

Se considera el caso de un empresario en situación de riesgo, y también el caso de un empresario en situación de incertidumbre. Para resolver este último, se han aplicado los criterios de WALD, SAVAGE y AGRAWAL-HEADY.

En los cuadros números 1, 2, 3, 4, 5 figuran los rendimientos de los cultivos, así como los precios percibidos y pagados por los agricultores expresados en pesetas corrientes.

Cuadro núm. 1

RENDIMIENTO DE LOS CULTIVOS  
(Kg/Ha)

CAMPAÑAS	Trigo	Cebada	Patata	Remolacha
1962-1963 ... ..	2.300	3.000	16.840	30.000
1963-1964 ... ..	2.900	3.500	16.400	33.000
1964-1965 ... ..	2.000	2.800	14.050	32.000
1965-1966 ... ..	2.100	2.400	12.110	36.460
1966-1967 ... ..	2.450	3.000	10.650	37.260
1967-1968 ... ..	2.100	3.360	12.000	32.000
1968-1969 ... ..	2.450	3.500	13.100	33.000
1969-1970 ... ..	2.850	3.200	16.770	34.870
1970-1971 ... ..	2.200	3.000	19.160	33.000
1971-1972 ... ..	2.696	3.800	20.610	40.850
1972-1973 ... ..	2.397	3.070	20.400	40.620
1973-1974 ... ..	2.410	3.270	19.450	31.890

FUENTE: Anuarios de la Producción Agrícola. 1962 a 1973.

Cuadro núm. 2

PRECIOS PERCIBIDOS POR LOS AGRICULTORES  
(Ptas/Kg)

CAMPAÑAS	Trigo	Cebada	Patata	Remolacha
1962-1963 ... ..	5,57	3,93	3,34	1,57
1963-1964 ... ..	6,07	4,67	2,35	1,50
1964-1965 ... ..	6,46	4,77	3,31	1,87
1965-1966 ... ..	6,68	4,77	4,66	1,70
1966-1967 ... ..	6,69	5,05	4,50	1,66
1967-1968 ... ..	6,70	5,13	2,76	1,78
1968-1969 ... ..	6,70	5,18	3,89	1,81
1969-1970 ... ..	6,70	5,15	3,39	1,78
1970-1971 ... ..	6,70	5,25	3,19	1,64
1971-1972 ... ..	6,70	5,54	3,46	1,58
1972-1973 ... ..	7,04	5,33	4,00	1,73
1973-1974 ... ..	7,16	5,79	4,59	1,48

FUENTE: Precios pagados. Precios percibidos por los agricultores. 1963/1972.  
Boletín Mensual de Estadística. M. Agricultura.

Cuadro núm. 3

PRECIOS PAGADOS POR LAS SEMILLAS  
(Ptas/Kg)

AÑOS	Trigo	Cebada	Patata	Remolacha
1964 ... ..	6,63	4,67	5,07	32,77
1965 ... ..	6,84	4,77	7,21	35,45
1966 ... ..	6,80	4,77	8,35	37,84
1967 ... ..	6,93	5,05	9,41	41,45
1968 ... ..	6,98	5,13	8,53	45,60
1969 ... ..	6,94	5,18	9,78	48,23
1970 ... ..	6,98	5,15	9,96	73,97
1971 ... ..	7,06	5,25	9,61	84,34
1972 ... ..	7,20	5,54	9,88	85,53
1973 ... ..	7,71	5,33	11,42	66,96
1974 ... ..	8,55	5,79	13,81	117,35

FUENTE: Salarios. Precios pagados. Precios percibidos. M. Agricultura.  
Boletín Mensual de Estadística. M. Agricultura.

Cuadro núm. 4

PRECIOS PAGADOS POR LOS ABONOS  
(Ptas/Kg)

AÑOS	Nitrato cálcico	Sulfato amónico	Superfosfato	Cloruro potásico
1964 ... ..	3,86	3,75	1,56	2,22
1965 ... ..	4,01	3,86	1,67	2,36
1966 ... ..	4,01	3,69	1,75	2,39
1967 ... ..	3,78	3,63	1,80	2,40
1968 ... ..	3,89	3,70	1,86	2,41
1969 ... ..	3,94	3,71	1,91	2,48
1970 ... ..	3,98	3,75	2,00	2,49
1971 ... ..	4,02	3,81	2,09	2,60
1972 ... ..	4,14	3,83	2,16	2,63
1973 ... ..	4,40	4,14	2,38	2,94
1974 ... ..	5,43	5,63	3,63	3,93

FUENTE: Salarios. Precios pagados por los agricultores. 1964/1972.  
Boletín Mensual de Estadística. M. Agricultura.

En el cuadro número 6 figura el índice general de precios al por mayor.

Los precios deflacionados, expresados en pesetas de 1973, figuran en los cuadros números 7, 8, 9, 10.

Cuadro núm. 5

## PRECIOS PAGADOS POR MANO DE OBRA Y MAQUINARIA

AÑOS	Obrero fijo (ptas./día)	Maquinaria (ptas./hora)
1964 ... ..	91,31	76,72
1965 ... ..	120,44	79,26
1966 ... ..	127,63	81,63
1967 ... ..	144,43	83,55
1968 ... ..	157,14	84,40
1969 ... ..	172,55	85,70
1970 ... ..	191,11	87,92
1971 ... ..	208,83	91,99
1972 ... ..	229,36	93,30
1973 ... ..	250,80	103,65
1974 ... ..	341,90	134,96

Las fuentes fueron: Salarios. Precios percibidos. Precios pagados.

Boletín mensual de Estadística. M. Agricultura.

Para el salario de un obrero fijo se han tomado las cifras correspondientes a Castilla la Vieja, excepto en los años 1973 y 1974, donde por no aparecer ya en las fuentes citadas dichos salarios a nivel regional, han sido sustituidos por las cifras medias para el conjunto nacional.

Los costes horarios se han determinado con base a estimaciones publicadas en ASPA para los cultivos de trigo y remolacha en 1969. Según estos valores, en 1969 el coste horario medio fue de 85,70 ptas./h. A partir de ese dato, se ha supuesto que los costes de mecanización se han ido elevando de acuerdo con el índice general de precios pagados por los agricultores.

Cuadro núm. 6

## INDICES PAGADOS AL POR MAYOR Y DE PRECIOS PAGADOS POR LOS AGRICULTORES

AÑOS	Índice de precios al por mayor	Índice de precios pagados por los agricultores
1955 ... ..	100	—
1956 ... ..	109,2	—
1957 ... ..	127,3	—
1958 ... ..	139,8	—
1959 ... ..	142,3	—
1960 ... ..	145,3	57,17
1961 ... ..	149,8	58,97
1962 ... ..	157,2	61,89
1963 ... ..	164,0	64,57
1964 ... ..	168,7	66,42
1965 ... ..	185,8	73,15
1966 ... ..	190,6	75,04
1967 ... ..	191,6	75,43
1968 ... ..	196,0	77,16
1969 ... ..	200,9	79,09
1970 ... ..	204,2	80,55
1971 ... ..	215,8	84,96
1972 ... ..	230,7	90,83
1973 ... ..	254,4	100
1974 ... ..	300,6	118,35

FUENTES: INE.

Salarios. Precios percibidos. Precios pagados por los agricultores.  
Boletín mensual de Estadística.

Cuadro núm. 7

PRECIOS PERCIBIDOS POR LOS AGRICULTORES  
(Pesetas de 1973)

CAMPAÑAS	Trigo	Cebada	Patata	Remolacha
1962-1963 ... ..	8,99	6,35	5,40	2,54
1963-1964 ... ..	9,40	7,23	3,64	2,32
1964-1965 ... ..	9,73	7,18	4,98	2,82
1965-1966 ... ..	9,13	6,53	6,37	2,32
1966-1967 ... ..	8,92	6,72	5,99	2,21
1967-1968 ... ..	8,88	6,80	3,66	2,36
1968-1969 ... ..	8,68	6,71	5,04	2,35
1969-1970 ... ..	8,47	6,51	4,29	2,25
1970-1971 ... ..	8,32	6,52	3,96	2,04
1971-1972 ... ..	7,89	6,52	4,02	1,86
1972-1973 ... ..	7,75	5,87	4,40	1,90
1973-1974 ... ..	7,16	5,79	5,50	1,48

Cuadro núm. 8

PRECIOS PAGADOS POR LAS SEMILLAS  
(En pesetas de 1973)

AÑOS	Trigo	Cebada	Patata	Remolacha
1964 ... ..	9,99	7,23	7,63	49,34
1965 ... ..	9,35	7,18	9,86	48,46
1966 ... ..	9,06	6,53	11,12	50,43
1967 ... ..	9,19	6,72	12,48	54,95
1968 ... ..	9,05	6,80	11,05	59,10
1969 ... ..	8,77	6,71	12,37	60,98
1970 ... ..	8,67	6,51	12,36	91,83
1971 ... ..	8,31	6,52	11,31	99,27
1972 ... ..	7,92	6,52	10,88	94,16
1973 ... ..	7,71	5,87	11,32	69,96
1974 ... ..	7,22	5,79	11,67	99,16

Cuadro núm. 9

PRECIOS PAGADOS POR LOS ABONOS  
(En pesetas de 1973)

AÑOS	Nitrato cálcico	Sulfato amónico	Superfosfato	Cloruro potásico
1964 ... ..	5,81	5,64	2,34	3,34
1965 ... ..	5,48	5,28	2,28	3,23
1966 ... ..	5,34	4,91	2,33	3,19
1967 ... ..	5,01	4,81	2,39	3,18
1968 ... ..	5,04	4,79	2,41	3,12
1969 ... ..	4,98	4,64	2,41	3,14
1970 ... ..	4,94	4,66	2,48	3,09
1971 ... ..	4,73	4,48	2,46	3,06
1972 ... ..	4,56	4,22	2,38	2,90
1973 ... ..	4,40	4,14	2,38	2,94
1974 ... ..	5,59	4,76	3,07	3,32

Cuadro núm. 10

PRECIOS PAGADOS POR MANO DE OBRA Y MECANIZACION  
(En pesetas de 1973)

AÑOS	Obrero fijo (ptas./día)	Maquinaria (ptas./hora)
1964 ... ..	137,47	115,51
1965 ... ..	164,65	108,35
1966 ... ..	170,08	108,78
1967 ... ..	191,48	110,74
1968 ... ..	203,65	109,38
1969 ... ..	218,17	108,36
1970 ... ..	137,27	109,15
1971 ... ..	245,80	108,27
1972 ... ..	252,52	102,72
1973 ... ..	250,80	103,65
1974 ... ..	288,89	114,03

Para cada cultivo se utilizan los siguientes factores de producción  
(por unidad de superficie):

## 5.1. SEMILLAS

Dosis de siembra:

- Trigo ... .. 200 Kg/Ha. (semilla certificada).
- Cebada ... .. 200 Kg/Ha. (semilla normal).
- Patata ... .. 800 Kg/Ha. (patata seleccionada).
- Remolacha .. ... 14 Kg/Ha. (semilla poligermen).

## 5.2. ABONOS

Las dosis de abonado se han fijado de acuerdo con [16]. Según el estudio citado, los elementos extraídos por las cosechas son:

CULTIVO	Cosecha media (Tms.)	Nitrógeno (Kgs.)	Fosfórico (Kgs.)	Potásico (Kgs.)
Trigo ... ..	2,404	62,12	28,61	39,91
Cebada ... ..	3,159	78,97	26,22	87,50
Patata ... ..	15,962	132,48	51,08	164,41
Remolacha... ..	34,579	138,32	41,49	186,73

Teniendo en cuenta estas necesidades, se aplican las siguientes dosis de abono:

a) <i>Trigo:</i>			
— Nitrato cálcico	(15,5 %)	... ..	134 Kg.
— Sulfato amónico	(21 %)	... ..	197 Kg.
— Superfosfato	(16 %)	... ..	179 Kg.
— Cloruro potásico	(50 %)	... ..	80 Kg.
b) <i>Cebada:</i>			
— Nitrato cálcico	(15,5 %)	... ..	170 Kg.
— Sulfato amónico	(21 %)	... ..	251 Kg.
— Superfosfato	(16 %)	... ..	164 Kg.
— Cloruro potásico	(50 %)	... ..	175 Kg.
c) <i>Patata:</i>			
— Nitrato cálcico	(15,5 %)	... ..	0 Kg.
— Sulfato amónico	(21 %)	... ..	631 Kg.
— Superfosfato	(16 %)	... ..	319 Kg.
— Cloruro potásico	(50 %)	... ..	329 Kg.
d) <i>Remolacha:</i>			
— Nitrato cálcico	(15,5 %)	... ..	297 Kg.
— Sulfato amónico	(21 %)	... ..	439 Kg.
— Superfosfato	(16 %)	... ..	259 Kg.
— Cloruro potásico	(50 %)	... ..	374 Kg.

### 5.3. MANO DE OBRA Y MECANIZACIÓN

Según datos publicados en [1] y obtenidos también mediante elaboración propia, se fijan los siguientes niveles de mano de obra y maquinaria:

CULTIVOS	FACTORES DE PRODUCCION	
	Mano de obra (h/Ha.)	Maquinaria (h/Ha.)
Trigo ... ..	51,34	21,88
Cebada ... ..	51,34	21,88
Patata ... ..	86,46	75,24
Remolacha ... ..	441,71	73,67

A partir de esta información se calculan los márgenes brutos unitarios para cada cultivo en el período de 1963-1973 (ambos inclusive) (Véanse cuadros números 11, 12, 13 y 14).

Cuadro núm. 11

## DETERMINACION DEL MARGEN BRUTO DE UNA HECTAREA DE TRIGO

AÑOS	COSTE DE LOS FACTORES DE PRODUCCIÓN					(3) = (1) × (2) (Ptas./Ha.) Ingresos	(4) 200 P. <sub>1</sub> + 134 P. <sub>2</sub> + 179 P. <sub>3</sub> + 179 P. <sub>4</sub> + 80 P. <sub>5</sub> + 51,34 P. <sub>MO</sub> + 21,88 P. <sub>M</sub>	Costes variables (Ptas./Ha.) (5)	Margen bruto (Ptas./Ha.) (6) = (3) - (5)				
	(1) Rendimiento (Kgs./Ha.)	(2) Precio percibido (Ptas./Kg.)	1.998	778,54	1.111,08					418,86	287,20	882,2137	2.527,35
1963	...	2.900	9,40	27.260	1.111,08	1.998	778,54	1.111,08	418,86	287,20	882,2137	2.527,35	19.276,76
1964	...	2.000	9,73	19.460	1.040,16	1.870	734,32	1.040,16	408,12	258,40	1.056,0630	2.370,69	11.722,25
1965	...	2.100	9,13	19.173	967,27	1.812	715,56	967,27	417,07	255,20	1.091,4884	2.380,10	11.534,43
1966	...	2.450	8,92	21.854	947,57	1.838	671,34	947,57	427,81	254,40	1.228,3229	2.422,99	14.063,07
1967	...	2.100	8,88	18.648	943,63	1.810	675,36	943,63	431,39	249,60	1.306,9239	2.329,23	10.901,87
1968	...	2.450	8,68	21.266	914,08	1.754	667,32	914,08	431,39	251,20	1.400,1059	2.370,92	13.476,99
1969	...	2.850	8,47	24.139,5	918,02	1.734	661,96	918,02	443,92	247,20	1.522,6880	2.388,20	10.494,11
1970	...	2.200	8,32	18.304	882,56	1.662	633,82	882,56	440,34	244,80	1.577,4210	2.368,95	13.718,98
1971	...	2.696	7,89	21.271,44	831,34	1.548	611,04	831,34	426,02	232,00	1.620,5470	2.247,51	11.090,98
1972	...	2.397	7,75	18.576,75	815,58	1.542	589,60	815,58	426,02	235,20	1.609,5090	2.267,86	11.090,98
1973	...	2.410	7,16	17.255,60	937,72	1.542	615,06	937,72	549,53	265,60	1.853,9510	2.494,98	9.096,76

Margen bruto = 12.872.689 pesetas/Ha.

Riesgo = 7.711.568,133 pesetas/Ha.

Cuadro núm. 12

## DETERMINACION DEL MARGEN BRUTO DE UNA HECTAREA DE CEBADA

A Ñ o s	Rendimiento (Kgs./Ha.)		Precio percibido (Ptas./Kg.)		Ingresos (Ptas./Ha.)		COSTE DE LOS FACTORES DE PRODUCCIÓN (4)						Costes variables (Ptas./Ha.) (5)	Margen bruto (Ptas./Ha.) (6) = (3) - (5)
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	200 P.	+ 170 P.	+ 251 P.	+ 164 P.	+ 175 P.	+ 51,34 P <sub>mo</sub>		
1963	3.500	7,23	25.305	1.446	987,7	1.451,64	383,76	584,50	882,214	2.527,35	8.227,164	17.077,84		
1964	2.800	7,18	20.104	1.436	931,6	1.325,28	373,92	565,25	1.056,063	2.370,69	8.058,803	12.045,20		
1965	2.400	6,53	15.672	1.306	907,8	1.232,41	382,12	558,25	1.091,488	2.380,10	7.858,168	7.813,83		
1966	3.000	6,72	20.160	1.344	851,7	1.207,31	391,96	556,50	1.228,823	2.422,99	8.003,288	12.156,72		
1967	3.360	6,80	22.848	1.360	856,8	1.202,29	395,24	546,00	1.306,924	2.329,23	7.996,484	14.851,52		
1968	3.500	6,71	23.485	1.342	946,6	1.164,64	395,24	549,50	1.400,106	2.370,92	8.069,061	15.415,94		
1969	3.200	6,51	20.832	1.302	839,8	1.169,66	406,72	540,75	1.522,680	2.388,20	8.169,810	12.662,19		
1970	3.000	6,52	19.560	1.304	804,1	1.124,48	403,44	535,50	1.577,421	2.368,95	8.117,891	11.442,11		
1971	3.800	6,52	24.776	1.304	775,2	1.059,22	390,32	507,50	1.620,547	2.247,51	7.904,297	16.871,70		
1972	3.070	5,87	18.021	1.174	748,0	1.039,14	390,32	514,50	1.609,509	2.267,86	7.743,229	10.277,67		
1973	3.270	5,79	18.933,3	1.158	780,3	1.194,76	503,48	581,00	1.853,951	2.494,98	8.566,471	10.366,83		

Margen bruto = 12.816,50 pesetas/Ha.  
Riesgo = 7.810.752,832 pesetas/Ha.

Cuadro núm. 13

## DETERMINACION DEL MARGEN BRUTO DE UNA HECTAREA DE PATATAS

Años	Rendimiento (Kgs./Ha.) (1)	Precio percibido (Ptas./Kg.) (2)	Ingresos (Ptas./Ha.) (3) = (1) × (2)	COSTE DE LOS FACTORES DE PRODUCCIÓN					Costes variables (Ptas./Ha.) (5)	Margen bruto (Ptas./Ha.) (6) = (3) - (5)
				800 × P <sub>1</sub> +	631 P <sub>2</sub> +	319 P <sub>3</sub> +	329 P <sub>4</sub> +	386,46 P <sub>Mo</sub> + 74,24 P <sub>Mnc</sub>		
1963	16.400	3,64	59.696,00	6.104	3.558,84	746,46	1.098,86	6.604,83	26.839,96	32.856,04
1964	14.050	4,98	69.969,00	7.888	3.331,68	727,32	1.062,67	7.953,83	29.115,75	40.853,25
1965	12.110	6,37	77.140,70	8.896	3.068,21	743,27	1.049,51	8.216,94	30.187,74	46.952,96
1966	10.650	5,99	63.793,50	9.984	3.035,11	762,41	1.046,22	9.249,92	32.409,74	31.383,76
1967	12.000	3,66	43.920,00	8.840	3.022,49	768,79	1.026,48	8.332,08	31.725,33	12.194,67
1968	13.100	5,04	66.024,00	9.896	2.927,84	768,79	1.033,06	10.539,24	33.317,94	32.706,06
1969	16.770	4,29	71.943,30	9.888	2.940,46	791,12	1.016,61	11.461,92	34.310,55	37.632,75
1970	19.160	3,96	75.873,60	9.048	2.826,88	784,74	1.006,74	11.873,98	33.686,57	42.005,20
1971	20.610	4,02	82.852,20	8.704	2.662,82	759,22	994,10	12.198,61	33.007,40	49.844,80
1972	20.400	4,40	89.760,00	9.056	2.612,34	759,22	967,26	12.115,52	33.308,97	56.451,03
1973	19.450	5,50	106.975,00	9.336	3.003,56	979,33	1.092,28	13.955,55	36.946,36	70.028,64

Margen bruto = 41.190,11 pesetas/Ha.  
Riesgo = 205.857,827,5 pesetas/Ha.

Cuadro núm. 14

## DETERMINACION DEL MARGEN BRUTO DE UNA HECTAREA DE REMOLACHA

AÑOS	Rendimiento (Kgs./Ha.) (1)	Precio percibido (Ptas./Kg.) (2)	Ingresos (Ptas./Ha.) (3) = (1) x (2)	COSTE DE LOS FACTORES DE PRODUCCIÓN						Margen bruto (Ptas./Ha.) (6) = (3) - (5)		
				14 P.	+ 297 P.	+ 439 P.	+ 259 P.	+ 394 x P.	+ 441,70 P. <sub>Mo</sub> + 73,67 P. <sub>M</sub>		Costes variables (Ptas./Ha.) (5)	
1963	33,000	2,32	76,560	690,76	1,725,57	2,475,96	606,06	1,249,16	7,590,23	8,509,62	22,847,36	53,712,64
1964	32,000	2,82	90,240	678,44	1,627,56	2,317,92	590,52	1,208,02	9,090,94	7,982,14	23,495,54	66,744,46
1965	36,460	2,32	84,587,20	706,02	1,585,98	2,155,49	603,47	1,193,06	9,390,75	8,013,82	23,648,59	60,938,61
1966	37,260	2,21	82,344,62	769,30	1,487,97	2,111,59	619,01	1,189,32	10,572,33	8,158,215	24,907,74	57,436,86
1967	32,000	2,36	75,520	827,40	1,496,88	2,102,81	624,19	1,166,88	11,244,28	8,058,02	25,520,46	49,999,54
1968	33,000	2,35	77,550	853,72	1,479,06	2,036,96	624,19	1,174,36	12,045,98	7,982,88	26,197,15	51,353,30
1969	34,870	2,25	78,457,50	1,285,62	1,467,18	2,045,74	642,32	1,155,66	13,100,56	8,041,08	27,738,16	50,719,34
1970	33,000	2,04	67,320	1,389,78	1,404,81	1,966,72	637,14	1,144,44	13,771,53	7,976,25	28,090,67	39,229,33
1971	40,850	1,86	75,981	1,318,24	1,354,32	1,852,58	616,42	1,084,60	13,942,58	7,567,38	27,736,12	48,244,88
1972	40,620	1,90	77,178	979,44	1,306,80	1,817,46	616,42	1,099,56	13,847,61	7,635,90	27,303,19	49,874,81
1973	31,890	1,48	47,197,20	1,388,24	1,363,23	2,089,64	795,13	1,241,68	15,950,70	8,400,59	31,229,21	15,987,99

Margen bruto = 49,475,77 pesetas/Ha.

Riesgo = 158,701,405,50 pesetas/Ha.

Se afecta con los subíndices 1, 2, 3, 4 a los cultivos de trigo, cebada, patata y remolacha, respectivamente.

La columna (5) de los cuadros 11, 12, 13 y 14 permite determinar:

a) Márgenes brutos medios unitarios:

M <sub>1</sub> (Margen bruto medio unitario de trigo)	= 12.872,69 ptas/Ha.
M <sub>2</sub> (Margen bruto medio unitario de cebada)	= 12.816,50 ptas/Ha.
M <sub>3</sub> (Margen bruto medio unitario de patata)	= 41.173,56 ptas/Ha.
M <sub>4</sub> (Margen bruto medio unitario de remolacha)	= 49.474,75 ptas/Ha.

b) Riesgo del empresario por cada Ha. de cultivo:

$\sigma_{11}$ (Riesgo del trigo)	= 7.711.568,13 ptas/Ha.
$\sigma_{22}$ (Riesgo de la cebada)	= 7.810.752,83 ptas/Ha.
$\sigma_{33}$ (Riesgo de la patata)	= 205.857.827,50 ptas/Ha.
$\sigma_{44}$ (Riesgo de la remolacha)	= 158.701.405,50 ptas/Ha.

c) Covarianzas entre los distintos cultivos:

$\sigma_{12}$ (Covarianza entre trigo y cebada)	= 4.691.333,50
$\sigma_{13}$ (Covarianza entre trigo y patata)	= -14.815.455,17
$\sigma_{14}$ (Covarianza entre trigo y remolacha)	= 14.073.943,35
$\sigma_{23}$ (Covarianza entre cebada y patata)	= -19.412.613,37
$\sigma_{24}$ (Covarianza entre cebada y remolacha)	= 3.459.413,75
$\sigma_{34}$ (Covarianza entre patata y remolacha)	= 97.082.570,27

Representando matricialmente los resultados b) y c), se obtiene la matriz de varianzas y covarianzas:

$$\begin{bmatrix} 7,711568133 \times 10^6 & 4,691333501 \times 10^6 & -1,481545517 \times 10^7 & 1,407394355 \times 10^7 \\ 4,691333501 \times 10^6 & 7,810752832 \times 10^6 & -1,942261337 \times 10^7 & 3,459413754 \times 10^6 \\ -1,481545517 \times 10^7 & -1,941261337 \times 10^7 & 2,058578275 \times 10^8 & -9,708257027 \times 10^7 \\ 1,407394355 \times 10^7 & 2,058578275 \times 10^8 & -9,708257027 \times 10^7 & 1,587014055 \times 10^8 \end{bmatrix}$$

## 6. DETERMINACION DEL PLAN OPTIMO DE CULTIVO PARA UNA SITUACION DE RIESGO (\*)

Llamando:

X<sub>1</sub> = superficie de trigo (Ha.).

X<sub>2</sub> = superficie de cebada (Ha.).

X<sub>3</sub> = superficie de patata (Ha.).

X<sub>4</sub> = superficie de remolacha (Ha.).

y aplicando los conceptos anteriores, el riesgo del empresario viene dado por la expresión:

$$\begin{aligned} V_T^2 = & 7.711.568,13 X_1^2 + 7.810.752,83 X_2^2 + 205.857.827,5 X_3^2 \\ & + 158.701.405,5 X_4^2 + 2[4.691.333,50 X_1 X_2 - 14.815.455,17 X_1 X_3 \\ & + 14.073.943,35 X_1 X_4 - 19.412.613,37 X_2 X_3 + 3.459.413,75 X_2 X_4 \\ & - 97.082.570,27 X_3 X_4] \end{aligned} \quad (14)$$

(\*) Nuestro agradecimiento al profesor don Luis TORRES, por la ayuda prestada en la realización de los cálculos numéricos contenidos en este apartado.

Deben cumplirse las condiciones:

$$12.872,69 X_1 + 12.816,50 X_2 + 41.173,56 X_3 + 49.474,75 = B_T \quad (15)$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 100 \quad (16)$$

A partir de los datos de (13), (14), (15) y (16) se definen las matrices A, X, B de la ecuación (10):

$$A = \begin{bmatrix} 7.711.156,13 & 4.691.333,50 & -14.815.455,17 & 14.073.943,55 & 6.436,35 & 0,5 \\ 4.691.333,50 & 7.810.752,83 & -19.412.613,37 & 3.459.413,75 & 6.408,25 & 0,5 \\ -14.815.455,17 & -19.412.613,37 & 205.857.827,50 & -97.082.570,27 & 20.586,78 & 0,5 \\ -14.073.943,55 & 3.459.413,75 & -97.082.570,27 & 158.701.405,50 & 24.737,35 & 0,5 \\ 12.872,69 & 12.816,50 & 41.173,56 & 49.474,75 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ B_0 \\ 100 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Sustituyendo (17), (18) y (19) en (11), premultiplicando por  $A^{-1}$  y despejando los valores de  $X_1, X_2, X_3, X_4$ , se llega a las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} X_1 &= 5,551098 \times 10^{-5} \times B_0 + 1,245334 \times 100 \\ X_2 &= 2,558361 \times 10^{-5} \times B_0 + 1,266567 \times 10^{-1} \times 100 \\ X_3 &= 1,1319554 \times 10^{-5} \times B_0 - 9,935 \times 10^{-1} \times 100 \\ X_4 &= 1,86078 \times 10^{-5} \times B_0 - 2,8163 \times 10^{-1} \times 100 \end{aligned} \quad (20)$$

Dando a  $B_0$  comprendidos entre 1.600.000 y 2.200.000 se obtienen las soluciones eficientes. Para planes de cultivo con un margen bruto superior a 2.200.000 ( $B_0 > 2.200.000$ ) habrá que eliminar  $X_1$  (trigo) del conjunto de cultivos posibles. Para ello se forma el sistema  $A'X' = B'$ , en el que se han eliminado la primera fila y la primera columna de la matriz A, y el primer elemento de las matrices X y B. A partir del nuevo sistema y operando de acuerdo con lo visto en (12), se genera el nuevo conjunto de ecuaciones:

$$\begin{aligned} X_2 &= -2,991326 \times B_0 + 1,371675 \times 100 \\ X_3 &= 1,1633036 \times 10^{-5} \times B_0 - 9,73909 \times 10^{-2} \times 100 \\ X_4 &= 1,828023 \times 10^{-5} \times B_0 - 2,7428 \times 10^{-1} \times 100 \end{aligned} \quad (21)$$

Para  $B_0 > 4.500.000$ ,  $X_2$  toma valores negativos. Eliminando del conjunto de posibles cultivos a  $X_2$  (cebada), y de acuerdo con lo visto en (12), las nuevas ecuaciones generadoras de soluciones eficientes serán:

$$\begin{aligned} X_3 &= 1,204646 \times 10^{-4} \times B_0 + 5,9599 \times 100 \\ X_4 &= 1,204646 \times 10^{-4} \times B_0 - 4,9599 \times 100 \end{aligned} \quad (22)$$

A partir de (20) y para valores de  $B_0 < 1.600.000$ ,  $X_4$  (remolacha) toma valores negativos, por lo que es necesario eliminarlo del conjunto de posibles cultivos. Procediendo como en los apartados anteriores, las ecuaciones que se originan son:

$$\begin{aligned} X_1 &= -4,165135 \times 10^{-5} \times B_0 + 1,035566 \times 100 \\ X_2 &= 6,304232 \times 10^{-5} \times B_0 + 4,1845 \times 10^{-1} \times 100 \\ X_3 &= 3,5347119 \times 10^{-5} \times B_0 - 4,54020 \times 100 \end{aligned} \quad (23)$$

El conjunto de soluciones eficientes así generadas, figura en el cuadro número 15.

## 7. PLAN OPTIMO DE CULTIVO PARA EL CASO DE INCERTIDUMBRE (continuación del caso real anterior) (\*)

En este caso recurrimos, como ya se dijo en su momento, a la teoría de juegos para determinar el plan óptimo de cultivos.

Los criterios que se pueden aplicar son:

### 7.1. CRITERIO DE WALD:

La matriz de WALD, formada por los márgenes que se obtienen en cada cultivo, figura en el cuadro número 17. El maximing programming formado por la matriz de WALD y las restricciones agronómicas que una vez resuelto proporciona la mejor estrategia, figura en el cuadro número 18.

Los resultados obtenidos con la aplicación en este criterio son:

$$X_2 = 44,16 \text{ Has.} ; \quad X_3 = 22,54 \text{ Has.} ; \quad X_4 = 33,3 \text{ Has.}$$

### 7.2. CRITERIO DE SAVAGE:

La matriz de SAVAGE se obtiene a partir de la de WALD, restando al elemento máximo de cada columna los demás elementos de la misma. Figura en el cuadro número 19. El maximing programming correspondiente figura en el cuadro número 20.

(\*) Nuestro agradecimiento al Centro de Cálculo del INIA por su ayuda en la resolución de las programaciones planteadas.

Cuadro núm. 15

CONJUNTO DE SOLUCIONES EFICIENTES

MARGEN BRUTO (Ptas.)	X <sub>1</sub> (Ha.)	X <sub>2</sub> (Ha.)	X <sub>3</sub> (Ha.)	X <sub>4</sub> (Ha.)
1.281.650	—	100	—	—
1.300.000	49,4098	50,0450	0,5481	—
1.400.000	45,2447	50,6709	4,0839	—
1.500.000	41,0795	51,3013	7,6186	—
1.600.000	35,7158	53,5994	9,0762	1,6094
1.700.000	30,1647	56,1578	10,2082	3,4702
1.800.000	24,6136	58,7161	11,3401	5,3310
1.900.000	19,0625	61,2745	12,4745	7,1918
2.000.000	13,5114	63,8328	13,6041	9,0526
2.100.000	7,9603	66,3912	14,7360	10,9134
2.200.000	2,4092	68,9496	15,8680	12,7742
2.300.000	—	68,3670	17,0169	14,6165
2.400.000	—	65,3756	18,1801	16,4452
2.500.000	—	62,3843	19,3435	18,2725
2.600.000	—	59,3930	20,5068	20,1005
2.700.000	—	56,4017	21,6101	21,9286
2.800.000	—	53,4103	22,8334	23,7566
2.900.000	—	50,4190	23,9967	25,4846
3.000.000	—	47,4277	25,1600	27,4126
3.100.000	—	44,4364	26,3233	29,2407
3.200.000	—	41,4450	27,4866	31,0687
3.300.000	—	38,4537	28,6499	32,8967
3.400.000	—	35,4624	29,8123	34,727
3.500.000	—	32,4710	30,9765	36,5528
3.600.000	—	29,4797	32,1398	38,3808
3.700.000	—	26,4797	33,3031	40,2088
3.800.000	—	23,4971	34,4667	42,0368
3.900.000	—	20,5057	35,6297	43,8649
4.000.000	—	17,5144	36,7930	45,6929
4.100.000	—	14,5231	37,9563	47,5209
4.200.000	—	11,5318	39,1196	49,3489
4.300.000	—	8,5404	40,2829	51,1769
4.400.000	—	5,5491	41,4462	53,0050
4.500.000	—	2,5578	42,6095	54,8330
4.600.000	—	—	41,8528	58,1471
4.700.000	—	—	29,8063	70,1936
4.800.000	—	—	17,7599	82,2400
4.900.000	—	—	5,7134	94,2865
4.947.577	—	—	—	100

Las soluciones para este criterio son:

$$X_2 = 24 \text{ Has.} ; X_3 = 42,69 \text{ Has.} ; X_4 = 33,3 \text{ Has.}$$

7.3. CRITERIO DE AGRAWAL-HEADY:

La matriz correspondiente (cuadro núm. 21) se forma a partir de la matriz de WALD, restando a cada elemento de la columna el valor mínimo que toman los elementos de la misma.

El maximing programming que resuelve el problema desde este punto de vista figura en el cuadro número 22.

Los resultados correspondientes son:

$$X_2 = 45,86 \text{ Has.} ; X_3 = 20,84 \text{ Has.} ; X_4 = 33,3 \text{ Has.}$$

El resumen de las decisiones que puede tomar el empresario en situación de incertidumbre figuran en el cuadro número 23.

### 8. COMPARACION DE RESULTADOS

En el gráfico número 1 se representan los conjuntos de soluciones eficientes, no eficientes e imposibles.

En el gráfico número 2 se comparan las soluciones posibles obtenidas para la situación de riesgo, con las soluciones obtenidas en situaciones de incertidumbre.

Las soluciones eficientes indican la superficie que hay que dedicar a cada cultivo, para que el riesgo sea mínimo y el margen bruto total coincida con un determinado valor.

Eliminando del conjunto de soluciones eficientes (cuadro núm. 15) aquellas que no satisfacen las restricciones agronómicas, es decir, aquellas que no verifican las restricciones:

$$\begin{aligned} X_1 &\geq 5 & \text{ó} & X_1 = 0 \\ X_2 &\geq 5 & \text{ó} & X_2 = 0 \\ 5 &\leq X_3 \leq 50 & \text{ó} & X_3 = 0 \\ 5 &\leq X_4 \leq 33,3 & \text{ó} & X_4 = 0 \end{aligned}$$

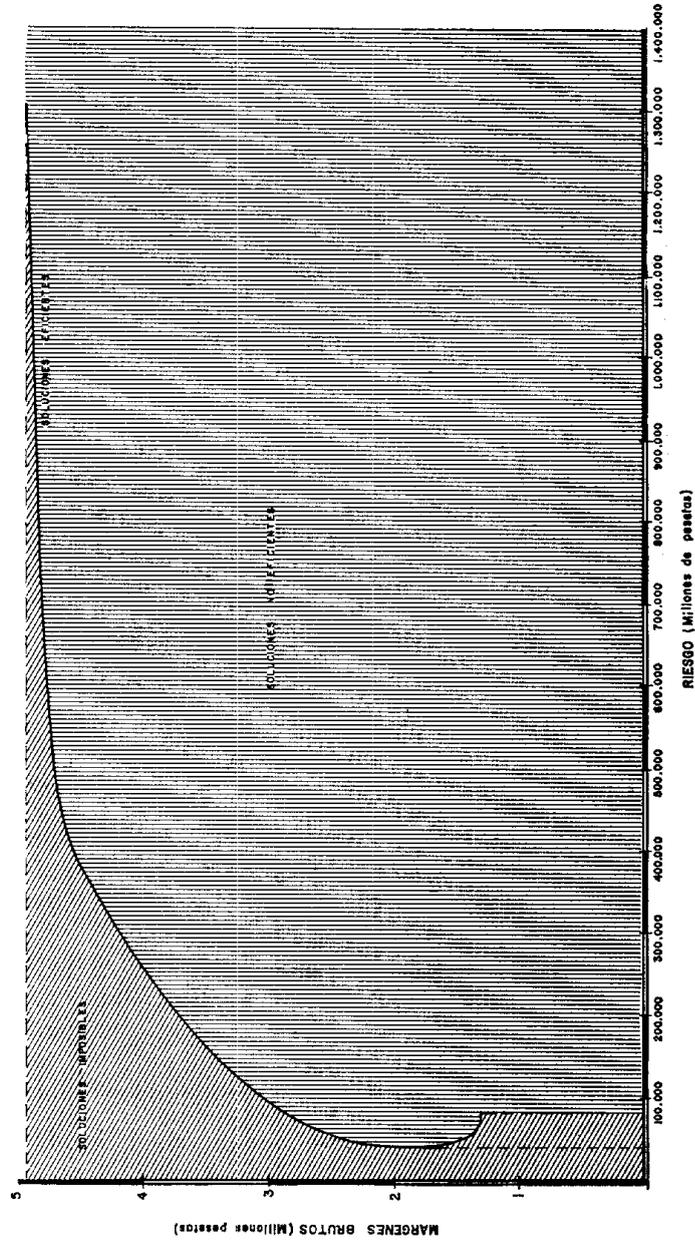
se obtienen las soluciones eficientes posibles (cuadro núm. 16):

Cuadro núm. 16

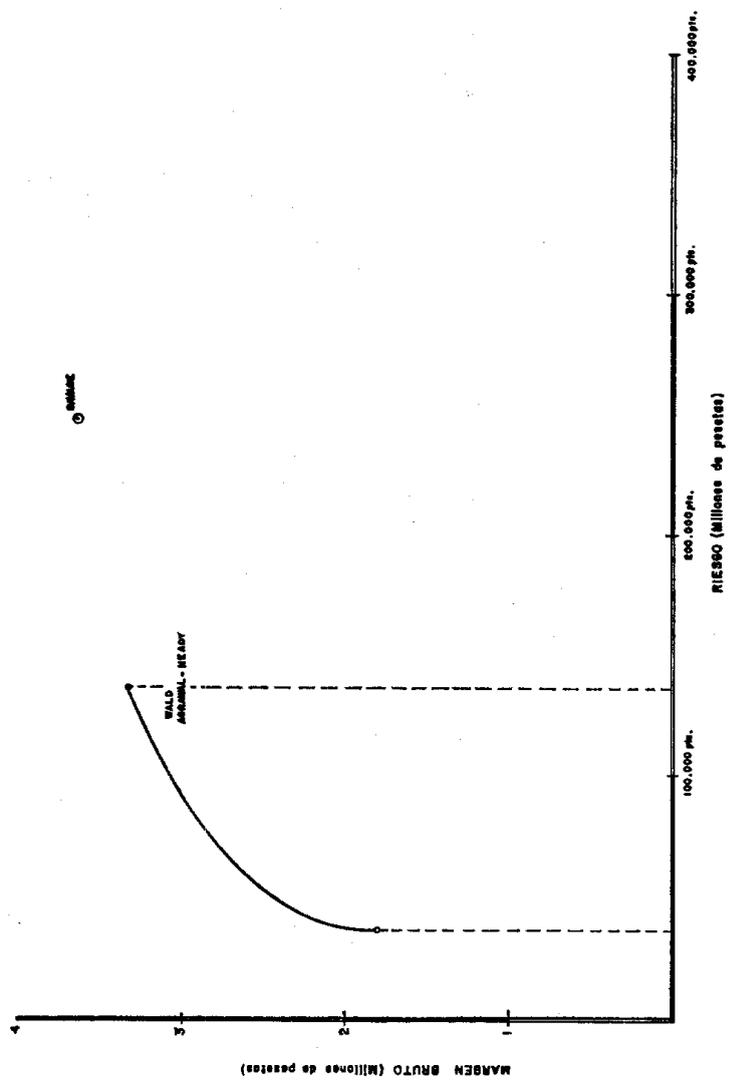
#### CONJUNTO DE SOLUCIONES EFICIENTES POSIBLES

Margen bruto (pts.)	Riesgo (pts.)	X <sub>1</sub> (Ha.)	X <sub>2</sub> (Ha.)	X <sub>3</sub> (Ha.)	X <sub>4</sub> (Ha.)
1.281.600	78.107 × 10 <sup>6</sup>	—	100	—	—
1.500.000	43.866,63 × 10 <sup>6</sup>	41,0795	51,3013	7,6186	—
1.800.000	36.096,43 × 10 <sup>6</sup>	24,6136	58,7161	11,3402	5,3310
1.900.000	36.057,17 × 10 <sup>6</sup>	19,0625	61,2745	12,4725	7,1918
2.000.000	36.797,12 × 10 <sup>6</sup>	13,5114	63,8328	13,6041	9,0526
2.100.000	38.251,91 × 10 <sup>6</sup>	7,9603	66,3912	14,7360	10,9133
2.300.000	43.474,96 × 10 <sup>6</sup>	—	68,3670	17,0168	14,6165
2.400.000	47.582,68 × 10 <sup>6</sup>	—	65,3756	18,1801	16,4452
2.500.000	52.818,62 × 10 <sup>6</sup>	—	62,3843	19,3435	18,2725
2.600.000	59.179,98 × 10 <sup>6</sup>	—	59,3930	20,5068	20,1005
2.700.000	66.449,31 × 10 <sup>6</sup>	—	56,4017	24,6701	21,9286
2.800.000	75.281,93 × 10 <sup>6</sup>	—	53,4103	22,8334	23,7566
2.900.000	85.022,30 × 10 <sup>6</sup>	—	50,4190	23,9967	25,5846
3.000.000	95.848,80 × 10 <sup>6</sup>	—	47,4277	25,1602	27,4126
3.100.000	104.217,80 × 10 <sup>6</sup>	—	44,4364	26,3233	29,2407
3.200.000	121.000,39 × 10 <sup>6</sup>	—	41,4450	27,4866	31,0687
3.300.000	135.279,91 × 10 <sup>6</sup>	—	38,4537	28,6499	32,8967

GRAFICO N° I  
REPRESENTACION GRAFICA DEL CONJUNTO DE SOLUCIONES EFICIENTES, NO EFICIENTES, E IMPOSIBLES



**GRAFICO NP2**  
**REPRESENTACION GRAFICA DEL CONJUNTO DE SOLUCIONES EFICIENTES POSIBLES Y COMPARACION CON LAS ESTRATEGIAS OPTIMAS EN CASO DE INCERTIDUMBRE**



Cuadro núm. 17

MATRIZ DE WALD											
	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974
Trigo ... ..	19.277,7	11.722,25	11.534,31	14.063,07	10.901,87	13.476,99	16.223,52	10.494,11	13.718,98	11.090,98	9.086,76
Cebada ... ..	17.077,8	12.045,20	7.813,83	12.156,72	14.851,52	15.441,94	12.662,19	11.442,11	16.871,70	10.277,67	10.366,83
Patata ... ..	32.856,05	40.853,25	46.952,96	31.383,76	12.194,67	32.706,06	37.632,75	42.005,20	49.844,80	56.451,03	70.028,64
Remolacha ... ..	53.712,64	66.744,46	60.938,61	57.436,86	49.999,54	51.353,30	50.719,34	39.229,33	48.244,88	49.874,81	15.967,99

Cuadro núm. 19

MATRIZ DE SAVAGE											
	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974
Trigo ... ..	34.435,88	55.022,21	49.404,30	43.373,79	39.097,67	37.876,31	34.495,82	31.511,09	36.125,82	45.360,05	60.931,88
Cebada ... ..	36.634,80	54.699,26	53.124,78	45.280,14	35.280,14	35.937,36	38.057,15	30.563,09	32.973,10	46.173,36	59.661,81
Patata ... ..	20.856,60	25.891,21	13.985,65	26.053,10	26.053,10	18.647,24	13.986,59	—	—	—	—
Remolacha ... ..	—	—	—	—	—	—	—	2.775,87	1.599,92	6.576,22	64.060,65

Cuadro núm. 21

MATRIZ DE AGRAWAL-HEADY											
	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974
Trigo ... ..	2.198,92	—	3.720,48	1.906,35	—	—	3.561,13	—	—	813,31	—
Cebada ... ..	—	322,95	—	—	3.949,65	1.938,95	—	948,00	3.162,72	—	270,07
Patata ... ..	15.778,20	29.131,00	39.139,13	19.227,04	1.292,80	19.229,07	24.970,56	31.511,09	36.125,82	96.173,36	60.931,88
Remolacha ... ..	36.634,80	55.022,21	53.124,78	45.280,14	39.097,69	37.876,31	38.057,15	28.735,22	34.525,85	39.597,14	6.871,23

Así, pues, las soluciones eficientes posibles son aquellas que ofreciendo un riesgo mínimo para el valor de imagen bruto correspondiente, cumplen las restricciones agronómicas.

Cuadro núm. 18

MODELO DE PROGRAMACION LINEAL QUE GENERA LA MEJOR ESTRATEGIA MIXTA, SEGUN EL CRITERIO DE WALD

*Función objetivo:*

Máx W

*Restricciones:*

19.276,76	$X_1$	+	17.077,84	$X_2$	+	32.856,04	$X_3$	+	53.712,64	$X_4$	$\geq$	W
11.722,25	$X_1$	+	12.045,20	$X_2$	+	40.853,25	$X_3$	+	66.744,46	$X_4$	$\geq$	W
14.534,31	$X_1$	+	7.813,83	$X_2$	+	46.952,96	$X_3$	+	60.938,61	$X_4$	$\geq$	W
14.063,07	$X_1$	+	12.156,72	$X_2$	+	31.383,76	$X_3$	+	57.436,86	$X_4$	$\geq$	W
10.901,87	$X_1$	+	14.851,52	$X_2$	+	12.194,67	$X_3$	+	49.999,54	$X_4$	$\geq$	W
13.476,99	$X_1$	+	15.415,94	$X_2$	+	32.706,06	$X_3$	+	51.353,30	$X_4$	$\geq$	W
16.223,52	$X_1$	+	12.662,19	$X_2$	+	37.632,75	$X_3$	+	50.719,34	$X_4$	$\geq$	W
10.494,11	$X_1$	+	11.442,11	$X_2$	+	42.005,20	$X_3$	+	39.229,33	$X_4$	$\geq$	W
13.718,98	$X_1$	+	16.871,70	$X_2$	+	49.844,80	$X_3$	+	48.244,88	$X_4$	$\geq$	W
11.090,98	$X_1$	+	10.277,67	$X_2$	+	56.451,03	$X_3$	+	49.874,81	$X_4$	$\geq$	W
9.096,76	$X_1$	+	10.366,83	$X_2$	+	70.028,64	$X_3$	+	15.967,99	$X_4$	$\geq$	W

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 100$$

$$5 \alpha \leq X_1 \leq 100 \alpha$$

$$0 \leq \alpha \leq 1 \quad \alpha = \text{entero}$$

$$5 \beta \leq X_2 \leq 100 \beta$$

$$0 \leq \beta \leq 1 \quad \beta = \text{entero}$$

$$5 \gamma \leq X_3 \leq 50 \gamma$$

$$0 \leq \gamma \leq 1 \quad \gamma = \text{entero}$$

$$5 \varepsilon \leq X_4 \leq 33,3 \varepsilon$$

$$0 \leq \varepsilon \leq 1 \quad \varepsilon = \text{entero}$$

$$X_i \geq 0$$

Cuadro núm. 20

MODELO DE PROGRAMACION LINEAL QUE GENERA LA MEJOR ESTRATEGIA MIXTA, SEGUN SAVAGE

*Función objetivo:*

Min H

*Restricciones:*

34.435,88	$X_1$	+	36.640,80	$X_2$	+	20.856,60	$X_3$	$\leq$	H
55.022,21	$X_1$	+	54.699,26	$X_2$	+	25.891,65	$X_3$	$\leq$	H
49.404,30	$X_1$	+	53.124,78	$X_2$	+	13.985,65	$X_3$	$\leq$	H
43.373,79	$X_1$	+	45.280,14	$X_2$	+	26.053,10	$X_3$	$\leq$	H
39.097,67	$X_1$	+	35.148,02	$X_2$	+	36.804,87	$X_3$	$\leq$	H
37.876,31	$X_1$	+	35.937,36	$X_2$	+	16.647,24	$X_3$	$\leq$	H
34.495,82	$X_1$	+	38.057,15	$X_2$	+	13.086,59	$X_3$	$\leq$	H
31.511,09	$X_1$	+	30.563,09	$X_2$	+	2.775,87	$X_3$	$\leq$	H
36.125,82	$X_1$	+	32.973,10	$X_2$	+	1.599,92	$X_3$	$\leq$	H
45.360,05	$X_1$	+	46.173,36	$X_2$	+	6.576,22	$X_3$	$\leq$	H
60.931,88	$X_1$	+	59.661,81	$X_2$	+	64.060,65	$X_3$	$\leq$	H

$$\begin{aligned}
 X_1 + X_2 + X_3 + X_4 &= 100 \\
 5 \alpha \leq X_1 \leq 100 \alpha \\
 0 \leq \alpha \leq 1 & \quad a = \text{entero} \\
 5 \beta \leq X_2 \leq 100 \beta \\
 0 \leq \beta \leq 1 & \quad \beta = \text{entero} \\
 5 \gamma \leq X_3 \leq 50 \gamma \\
 0 \leq \gamma \leq 1 & \quad \gamma = \text{entero} \\
 5 \varepsilon \leq X_4 \leq 33,3 \varepsilon \\
 0 \leq \varepsilon \leq 1 & \quad \varepsilon = \text{entero} \\
 X_i \geq 0 & \quad i = 1, 2, 3, 4.
 \end{aligned}$$

Cuadro núm. 22

MODELO DE PROGRAMACION LINEAL QUE GENERA LA MEJOR ESTRATEGIA MIXTA, SEGUN EL CRITERIO DE AGRAWAL-HEADY

Función objetivo:

Máx T

Restricciones:

$$\begin{aligned}
 2.198,92 X_1 + 15.778,20 X_2 + 36.634,80 X_3 &\geq T \\
 322,95 X_1 + 29.131,00 X_2 + 55.022,21 X_3 &\geq T \\
 3.720,48 X_1 + 39.139,13 X_2 + 53.124,78 X_3 &\geq T \\
 1.906,35 X_1 + 19.227,04 X_2 + 45.280,14 X_3 &\geq T \\
 3.949,65 X_2 + 1.292,80 X_3 + 39.097,69 X_4 &\geq T \\
 1.938,95 X_2 + 19.229,07 X_3 + 37.876,31 X_4 &\geq T \\
 3.561,13 X_1 + 24.970,56 X_2 + 38.057,15 X_3 &\geq T \\
 948,00 X_2 + 31.511,09 X_3 + 28.735,22 X_4 &\geq T \\
 3.162,72 X_2 + 36.125,82 X_3 + 34.525,85 X_4 &\geq T \\
 813,31 X_1 + 46.173,36 X_2 + 39.597,14 X_3 &\geq T \\
 270,07 X_2 + 60.931,88 X_3 + 36.871,23 X_4 &\geq T
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 X_1 + X_2 + X_3 + X_4 &= 100 \\
 5 \alpha \leq X_1 \leq 100 \alpha \\
 0 \leq \alpha \leq 1 & \quad a = \text{entero} \\
 5 \beta \leq X_2 \leq 100 \beta \\
 0 \leq \beta \leq 1 & \quad \beta = \text{entero} \\
 5 \gamma \leq X_3 \leq 50 \gamma \\
 0 \leq \gamma \leq 1 & \quad \gamma = \text{entero} \\
 5 \varepsilon \leq X_4 \leq 33,3 \varepsilon \\
 0 \leq \varepsilon \leq 1 & \quad \varepsilon = \text{entero} \\
 X_i \geq 0 & \quad i = 1, 2, 3, 4.
 \end{aligned}$$

Cuadro núm. 23

## DECISIONES A TOMAR POR EL EMPRESARIO EN SITUACION DE INCERTIDUMBRE

CRITERIO	X <sub>1</sub> (trigo) Hectáreas	X <sub>2</sub> (cebada) Hectáreas	X <sub>3</sub> (patata) Hectáreas	X <sub>4</sub> (remolacha) Hectáreas	Beneficio (pesetas)	Riesgo (10 <sup>4</sup> pesetas)
Wald ... ..	—	44,16	22,54	33,30	3.141.537	121.592,72
Savage ... ..	—	24,00	42,69	33,30	3.712.837	245.374,90
Agrawal-Heady ... ..	—	45,86	20,84	33,30	3.093.330	120.529,40

## BIBLIOGRAFIA

- [1] A.S.P.A., núms. 120 y 121.
  - [2] E. BALLESTERO: *Principios de Economía de la Empresa*. Madrid. Alianza Universidad, 1975.
  - [3] K. E. BOULDING, W. A. SPIVEY: *La programmation linéaire et la théorie de l'entreprise*. Ed. Dunod, 1964.
  - [4] K. J. COHEN, R. M. CYERT: *Economía de Empresa (Teoría de la Firma)*. Ed. El Ateneo. Buenos Aires, 1973.
  - [5] P. CORDONNIER, R. CARLES, P. MARSAL: *Economía de la Empresa Agraria*. Madrid. Mundi Prensa, 1973.
  - [6] D. C. HAGUE: *Economía de la Empresa*. Ed. Ariel, 1974.
  - [7] G. JAENSCH: *Valoración de la Empresa*. Ed. Gustavo Gili, 1974.
  - [8] F. H. KNIGHT: *Risk, Univertainty and Profit*. Boston, 1921.
  - [9] H. MARKOVITZ: Portfolio Selection. *Journal of Finance*. Marzo 1952, págs. 77-91.
  - [10] M. C. NIETO OSTOLAZA: «Problemas de Adopción de Decisiones frente a la incertidumbre en la Agricultura». *Revista de Estudios Agro-Sociales*. Julio 1969, págs. 7-21.
  - [11] M. C. NIETO OSTOLAZA: «El equilibrio trigo-cebada y la teoría de los juegos». *Información Comercial Española*. Julio 1968, págs. 47-58.
  - [12] M. C. NIETO OSTOLAZA: «Teoría de los Juegos y la Agricultura» *Boletín del INIA*. Junio 1966, págs. 81-134.
  - [13] M. C. NIETO OSTOLAZA: «Algunas aplicaciones de la teoría de juegos a la elección de variedades de trigo». *Boletín del INIA*. Diciembre 1969, págs. 223-231.
  - [14] J. L. RIGGS: *Modelos de Decisión Económica*. Madrid. Alianza Universidad, 1973.
  - [15] C. ROMERO: «Modelos de Selección de Carteras de Valores Bursátiles, con Aplicación a las Bolsas Españolas». *Revista de Economía Política*, núm. 67, mayo-agosto 1974.
  - [16] C. TAMÉS ALARCÓN: «Orientaciones para fertilización y enmienda de suelos». *ETSI Agrónomos*. Madrid.
-

## RESUMEN

En este artículo se aplica el modelo de MARKOWITZ, convenientemente adaptado a la programación de cultivos en situaciones de riesgo. Se aplica también la teoría de la decisión para programar en situaciones de incertidumbre. El artículo trata especialmente el caso de empresarios agrícolas en la región de Castilla la Vieja, cuando su conjunto elección está formado por los cultivos de trigo, cebada, patata y remolacha, que son los usuales en la zona estudiada.

## RÉSUMÉ

On applique dans cet article le modèle de MARKOWITZ, adapté comme il convient à la programmation de cultures dans des situations de risques. On applique également la théorie de la décision pour programmer dans des situations d'incertitude. L'article traite particulièrement du cas des chefs d'exploitations agricoles dans la Vieille Castille où l'ensemble choise est formé par des cultures de blé, d'oignon, de pomme de terre et de betterave qui sont les cultures usuelles dans la région étudiée.

## SUMMARY

In this article the MARKOWITZ model is applied, conveniently adapted to the programming of crops in situations of risk. The author also applies the theory of the decision to programme in situations of uncertainty. The article deals especially with the case of agricultural employers in the region of Old Castile when their joint choice is formed of crops of wheat, barley, potato and beet, which are the usual ones in the area under study.