

PRIMA OPTIMA EN LA ENTREGA DE COSECHAS⁽¹⁾

Por
CARLOS ROMERO
Dr. Ingeniero Agrónomo

S U M A R I O

I. INTRODUCCION.—II. OBJETIVO DEL ARTICULO.—III. EL MODELO DETERMINISTICO (BALLESTERO): 1. HIPÓTESIS. 2. PLANTEAMIENTO. 3. SOLUCIÓN. 4. EJEMPLO.—IV. POSIBLES EXTENSIONES DEL MODELO.

I. INTRODUCCION

EN empresas industriales agrarias tales como azucareras, centrales hortofrutícolas, etc., las llegadas de cosecha a fábrica tienen lugar de forma aleatoria a lo largo del tiempo, por lo que parte de la cosecha ha de sufrir una espera antes de pasar a la fase inicial de su elaboración. La cosecha va perdiendo calidad a medida que aumenta el tiempo de espera, por lo que guardar cola representa un coste.

Por otra parte, el tiempo de espera podrá ser reducido aumentando los equipos de recepción que han de elaborar la cosecha en la fase inicial; pero a medida que aumentan los equipos de recepción se eleva su nivel de ocupación, lo cual repercute en un incremento de coste.

Por tanto, se tiene un *coste conjunto* (2) constituido por:

- a) Coste de espera de la cosecha. Por ejemplo, disminución de la riqueza sacárica de la remolacha en los silos.

(1) Este trabajo fue publicado originalmente en el "Journal of Agricultural Economics", vol. XXV, núm. 3, 1974, con el título: *Optimum Premium in Trap Delinery*.

Deseamos agradecer al profesor VERGARA la revisión del trabajo, así como los valiosos comentarios hechos al texto original. La crítica que nos envió al Consejo Editorial de el "Journal of Agricultural Economics" a un borrador previo del mismo artículo nos ha resultado especialmente útil para orientar la realización de este trabajo.

(2) En el coste conjunto se incluirá también más adelante el coste de la prima, cuando esta prima sea pagada por la empresa industrial.

b) Coste de desocupación de los equipos de recepción.

Los modelos clásicos de las colas se pueden aplicar sin dificultad a la determinación del número óptimo de equipos de recepción, siempre que se cumpla la condición de que la tasa de llegadas constante sea menor que la tasa de servicios (probablemente esta condición no es válida en las industrias agrícolas). La minimización del coste conjunto será una función objetivo aconsejable.

Ahora bien, a corto plazo el número y capacidad de los equipos de recepción son datos. Por tanto, la empresa solamente podrá reducir el *coste conjunto* mediante una ordenación del período de recepción. Supongamos que se divide el período de recepción en *subperíodos* $D_1, D_2, \dots, D_i, \dots, D_j$. Los subperíodos pueden ser de la misma o de distinta duración. Para un cultivador concreto y para unas determinadas circunstancias en la recolección de su cosecha, resultará conveniente entregarla en uno o en otro subperíodo. Para la población estadística de los cultivadores, existirá una distribución de frecuencias en cuanto a las entregas en diferentes subperíodos. Teniendo esto en cuenta la ordenación del período puede realizarse de dos formas:

1.º *Ordenación flexible*.—El contrato entre la empresa industrial y los cultivadores deja en libertad a estos últimos para entregar sus cosechas en el momento de tiempo que lo deseen dentro de unas fechas límites establecidas por la propia empresa industrial. Pueden considerarse entre otras las siguientes posibilidades:

a') La empresa industrial pretende homogeneizar en lo posible el ritmo de entregas de cosechas, por creer que esta homogeneización va a repercutir en una disminución del coste conjunto. Los cultivadores que entreguen en un cierto subperíodo D_j recibirán una prima por unidad de producto entregado. Naturalmente, los subperíodos D_j serán aquellas a las que corresponde una frecuencia más baja en la distribución de entregas.

b') La empresa industrial pretende modificar la duración del período (v. g.: alargando esta duración) a fin de conseguir la minimización de sus costes conjuntos, para ello establece una política de primas a fin de compensar adecuadamente a los cultivadores. Por ejemplo, en el caso de alargar la du-

ración del período, la prima habrá de favorecer especialmente a los cultivadores que entreguen su cosecha en la prolongación del período.

2.º *Ordenación rígida.*—El contrato entre la empresa industrial y los cultivadores fija a cada uno de éstos el período o los subperíodos en que deben entregar su cosecha. Si el cultivador no lo hace así, la empresa industrial se reserva el derecho de no admitir la cosecha al cultivador. A fin de compensar económicamente a los cultivadores, a quienes corresponde entregar en subperíodos desfavorables (según criterio de la empresa industrial), se les concede una prima por unidad de producto.

II. OBJETIVO DEL ARTICULO

El objetivo de este artículo es dar a conocer un modelo para estudiar el caso de ordenación flexible con prolongación de campaña (véase § 1, caso 1.º *b'*). El modelo es de tipo determinístico. Se parte de un período inicial de recepción no dividido en subperíodos. Se llama *período inicial de recepción* al período de tiempo a lo largo del cual los cultivadores entregan sus cosechas en caso de no existencia de la prima. El efecto de la prima es el de inducir a una parte de la población de cultivadores a entregar sus cosechas fuera del período inicial de recepción, con lo cual se consigue prolongar este período. La función objetivo es el *coste conjunto*, el cual se trata de minimizar.

El modelo se plantea en función de los intereses de la empresa industrial, de acuerdo con la definición de coste conjunto.

III. EL MODELO DETERMINISTICO (BALLESTERO) (3)

Frecuentemente las entregas de cosechas se acumulan en un breve período de tiempo. El período inicial de recepción es a veces extremadamente corto (v. g.: una semana). Cuando así ocurre, no existe ningún inconveniente en representar dicho período inicial por un punto O del eje de los tiempos.

En los casos en que el período inicial de recepción es algo más largo puede o no existir inconveniente en representar dicho período

(3) El autor de este artículo debe las ideas esenciales del modelo al profesor BALLESTERO, que se las proporcionó como guía para realizar este trabajo.

por un punto del eje de los tiempos. Una discusión sobre el particular se hará más adelante en este mismo párrafo.

En general, un cultivador puede entregar su cosecha en diversos momentos de tiempo. Por esta razón en lugar de hablar del conjunto de cultivadores se hablará aquí del conjunto S de unidades de producto. A cada unidad de producto S_i corresponde una curva de coste de entrega $C_i(t)$ (4), la cual es función de la fecha de entrega t . Una unidad de producto S_i será entregada en aquel instante de tiempo para el cual $C_i(t)$ es mínimo.

El coste unitario de entrega $C_i(t)$ está formado por los siguientes elementos:

- a) El coste de recolección y transporte. Podemos suponer que este coste es independiente de la fecha de entrega.
- b) El coste de los tratamientos fitotécnicos, cuya finalidad es la de adelantar o retrasar la fecha de recolección. Podemos suponer que este coste es independiente del tiempo, ya que los tratamientos fitotécnicos (v. g.: de tipo hormonal) suelen ser aplicados una sola vez.
- c) El coste de las mermas de cosecha debidas a un adelanto o retraso de la fecha de recolección. Este coste es siempre una función de la fecha de entrega (prácticamente, la fecha de entrega coincide con la fecha de recolección). Por ejemplo, cuando la fecha de recolección se retrasa por medio de procedimientos hormonales un cierto porcentaje de cosecha se pierde a causa de la ineficacia parcial de estos tratamientos. Obviamente cuanto más se retrase la recolección a partir del momento de madurez «natural» del producto, tanto mayor será el porcentaje de mermas de cosecha.

Con el fin de evitar la acumulación de las entregas en el punto O disminuyendo el *coste conjunto*, la empresa industrial establece una prima unitaria proporcional al intervalo de tiempo desde el momento O hasta la fecha de entrega. Los efectos de este sistema de prima lineal serán estudiados en lo que sigue.

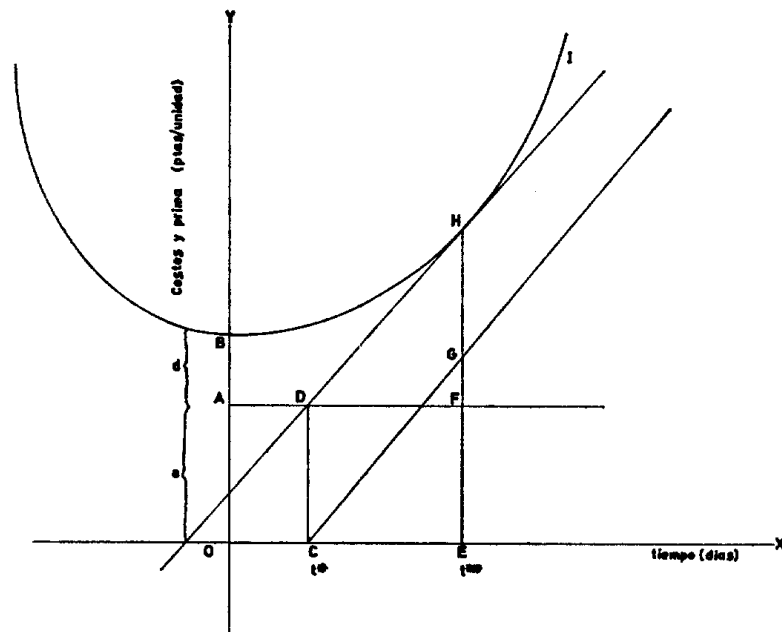
(4) Este coste de entrega es unitario. Naturalmente, también son costes unitarios sus componentes: coste de recolección y transporte, coste de los tratamientos fitotécnicos y coste de las mermas de cosecha. Se entenderá así mismo que la prima y el coste de espera de las unidades de producto son unitarios.

III.1. HIPÓTESIS

Hipótesis H1

El período inicial de recepción es muy corto. En el modelo viene representado por un punto O en el eje de tiempos (OX) (véase figura 1).

Figura 1

*Hipótesis H2*

El conjunto S de unidades de producto puede subdividirse en dos subconjuntos disjuntos S^1 , S^2 tales que:

- a) Las unidades de producto pertenecientes a S^1 no reciben tratamientos fitotécnicos a fin de retrasar su momento de entrega. Por tanto, son entregadas dentro del período inicial de recepción.

- b) Las unidades de producto pertenecientes a S^2 reciben tratamiento fitotécnicos a fin de retrasar su momento de entrega. Por tanto, son entregadas en una fecha posterior a la del momento de madurez «natural».

Hipótesis H3

En el conjunto S^2 el coste unitario de los tratamientos fitotécnicos es el mismo para todas las unidades del producto.

Hipótesis H4

- a') En el subconjunto S^2 el coste marginal de entrega $C_1'(t)$ es creciente para $t > 0$. Además, es el mismo para todas las unidades de producto.
- b') En el subconjunto S^1 el coste marginal de entrega $C_1'(t)$ es prácticamente infinito.

Comentaremos brevemente esta hipótesis.

Como antes se explicó, el coste por mermas de cosecha a causa de los tratamientos fitotécnicos es el único componente del coste unitario de entrega que depende del tiempo. Por tanto, el coste marginal de entrega viene únicamente determinado por estas mermas. Ahora bien, podemos suponer que en las tierras cultivadas dentro de la zona de influencia de la empresa industrial el efecto de los tratamientos fitotécnicos sobre la cosecha es muy similar para todas las unidades de producto S^2 que reciben tratamientos fitotécnicos. Por el contrario, las unidades de producto S^1 que no reciben tratamientos fitotécnicos han de ser recolectadas en el momento de tiempo en el cual llegan a su estado «natural» de madurez, pues pasado este momento de tiempo se pierden totalmente. (Su coste marginal de entrega es infinito.)

Observación 1.ª: De H4 a') se deduce inmediatamente que la función del coste de mermas es la misma para todas las unidades de producto, ya que para $t=0$ el coste de las mermas no existe.

Las hipótesis H3 y H4 no son esenciales. El modelo podría haberse desarrollado sin ellas, aunque su planteamiento sería algo más complicado.

Hipótesis H5

En el conjunto S^2 la fecha de entrega de una unidad de producto es aquella para la que el coste *neto* de entrega es mínimo. Se llama

coste unitario *neto* de entrega a la diferencia entre el coste unitario de entrega y la prima unitaria.

Así pues, los cultivadores relacionados con el conjunto S^2 reaccionan a la prima, es decir, retrasan más o menos la fecha de entrega de las unidades de producto según cual sea el nivel de prima, a fin de minimizar sus costes *netos*. Su actitud es, pues, de racionalidad económica.

Los cultivadores relacionados con el conjunto S^1 no reaccionan a la prima, al menos cuando dicha prima se mueva dentro de ciertos límites no demasiado amplios. Ello puede deberse a las siguientes razones:

- 1.º Una actitud de no racionalidad económica por parte de estos cultivadores.
- 2.º Falta de preparación técnica o falta de equipos adecuados para realizar los tratamientos fitotécnicos.
- 3.º Cultivo de variedades no aptas para estos tratamientos fitotécnicos.

III.2. PLANTEAMIENTO

Sean:

N_1 = número de unidades de producto en el conjunto S^1

N_2 = número de unidades de producto en el conjunto S^2

α = coste de espera de las unidades de producto (ptas/unidad día)

β = coste de desocupación de los equipos de recepción (ptas/día)

μ = tasa media de servicio de los equipos de recepción (unidad/día)

S_i = coste de recolección y transporte para $i \in S^2$ (ptas/unidad)

d = coste de los tratamientos fitotécnicos (ptas/unidad)

$f(t)$ = coste de las mermas (ptas/unidad). Según Observación 1.ª esta función es independiente de i

$C_i(t) = S_i + d + f(t)$ = coste de entrega (ptas/unidad)

O = fecha de entrega de las unidades de producto $i \in S^1$. Es el origen de coordenadas de tiempo.

t^* = fecha a partir de la cual se paga la prima. También tiempo transcurrido entre el origen de tiempos O y la fecha t^* (días)

t^*_i = fecha de entrega de una unidad de producto $i \in S^2$. Tam-

bién tiempo transcurrido entre el origen de tiempos O y la fecha t^{**} (días)

\emptyset = coste conjunto (incluido coste de prima)

Supongamos que la empresa industrial establece una prima unitaria lineal, es decir:

$$\pi = \rho (t - t^*) \quad (1)$$

Si un cultivador entrega la unidad de producto $i \in S^2$ en el momento t incurre en un coste *neto* de entrega:

$$K_i(t) = D_i + d + f(t) - \rho (t - t^*) \quad (2)$$

Según H5 la fecha de entrega se deduce minimizando (2). Así, pues, derivando [2] e igualando a cero resulta:

$$f'(t) = \rho \quad [3]$$

De donde:

$$t^{**} = f'^{-1}(\rho) \quad [4]$$

Por tanto, la fecha de entrega t^{**} es la misma para todas las unidades $i \in S^2$.

Determinemos geoméricamente la fecha t^* a partir de la cual conviene a la empresa industrial iniciar el pago de la prima. En la figura 1 el eje de abscisas es el eje de tiempos (días) y el eje de ordenadas es el eje de costes unitarios (ptas/unidad). Sea BHI una curva de costes unitarios de entrega $C_i(t)$. Según H1 su mínimo corresponde al punto O . Tomemos $OE = t^{**}$. Sea H el punto de contacto de la tangente DH paralela a la recta (1), cuya proyección es obviamente E . Sea OA el coste unitario de recolección y transporte (véase § 3a). Sea AB el coste unitario de los tratamientos fitotécnicos (véase § 3b). Si la unidad de producto se entrega en O su coste de entrega es OA ; mientras que si la unidad de producto se entrega en $t = \varepsilon$ su coste de entrega se eleva a $OB + \varepsilon'$ (siendo $\varepsilon, \varepsilon'$ infinitamente pequeños). Tracemos la paralela AF a OX 's por el punto A . La recta AF corta a la tangente DH en el punto D , cuya proyección sobre OX 's es C . En general, el punto C puede quedar a la izquierda o a la derecha de O . Tracemos por C una paralela CG a la recta (1). De la figura (1) se deduce:

$$OA = CD = GH = EH - EG \quad [5]$$

Ahora bien, EH es el coste de entrega y EG es la prima unitaria cuando la unidad de producto se entrega en la fecha t^{**} . Luego GH es el coste *neto* de entrega. Si la fecha t^* a partir de la cual se paga la

prima coincide con C, la igualdad [5] muestra que es indiferente para el cultivador entregar la unidad de producto en O o en t^{**} . Bastará, «pues», con que la prima se pague a partir de una fecha $t^* - \varepsilon$ (siendo ε infinitamente pequeño) para que la unidad de producto se entregue en t^{**} .

Según H3 el coste de los tratamientos fitotécnicos es el mismo para todas las unidades de producto. Teniendo esto en cuenta, la fecha queda perfectamente determinada, ya que el segmento FH es el mismo para todas las unidades de producto (véase H4 a'). Luego el segmento OC = t^* es también el mismo para todas las unidades de producto.

Analíticamente, la fecha t^* se determina por la intersección de las rectas DH y AF, cuyas ecuaciones son sencillas. Se obtiene de esta forma:

$$t^* = \frac{\rho f^{-1}(\rho) - d - f[f^{-1}(\rho)]}{\rho} \quad [6]$$

Calculemos ahora el nivel de prima ρ que minimiza el *coste conjunto*. Podemos distinguir dos casos:

Caso 1.º

$$N_1/\mu \leq t^{**} = f^{-1}(\rho)$$

La representación gráfica de este caso puede verse en la figura 2. Las OP = N_1 unidades que se entregan en O son elaboradas en el tiempo OQ = N_1/μ . Tomemos OR = t^{**} , en el caso que estamos considerando es OQ < OR, por tanto, el tiempo de desocupación de los equipos de recepción es QR. Las RS = N_2 unidades de producto que se entregan en t^{**} (esto es en R) son elaboradas en el tiempo RT = N_2/μ .

El coste de espera de las N_1 unidades de producto en el intervalo de tiempo OQ es:

$$\alpha \frac{N_1}{2} \frac{N_1}{\mu} \quad [7]$$

El coste de desocupación de los equipos de recepción en el intervalo de tiempo QR es:

$$\beta (t^{**} - \frac{N_1}{\mu}) \quad [8]$$

El coste de espera de las N_2 unidades de producto en el intervalo de tiempo RT es:

$$\alpha \frac{N_2}{2} \frac{N_2}{\mu} \quad [9]$$

El coste de prima correspondiente a las N_2 unidades de producto es:

$$N_2 P(t^{**} - t^*) \quad [10]$$

El coste conjunto (incluido el coste de prima) se obtiene sumando [7], [8], [9] y [10] y sustituyendo t^{**} y t^* por sus respectivos valores en [4] y [6]. Así, resulta:

$$\emptyset(\rho) = \alpha \frac{N_1^2 + N_2^2}{2\mu} - \beta \frac{N_1}{\mu} + N_2 d + \beta f^{-1}(\rho) + N_2 f[f^{-1}(\rho)] \quad [11]$$

Calculamos ahora el valor de ρ que minimiza [11] con la restricción $\frac{N_1}{\mu} \leq f^{-1}(\rho)$; o lo que es lo mismo:

$$\rho \geq f\left(\frac{N_1}{\mu}\right) \quad [12]$$

Derivando [11] e igualando a cero, resulta:

$$f'^{-1}(\rho) [\beta + \rho N_2] = 0$$

De donde:

$$\rho = -\frac{\beta}{N_2}$$

Evidentemente el valor de ρ dado por [14] no satisface la condición [12]. Por tanto, según el método de LAGRANGE, la solución es:

$$\rho = f\left(\frac{N_1}{\mu}\right)$$

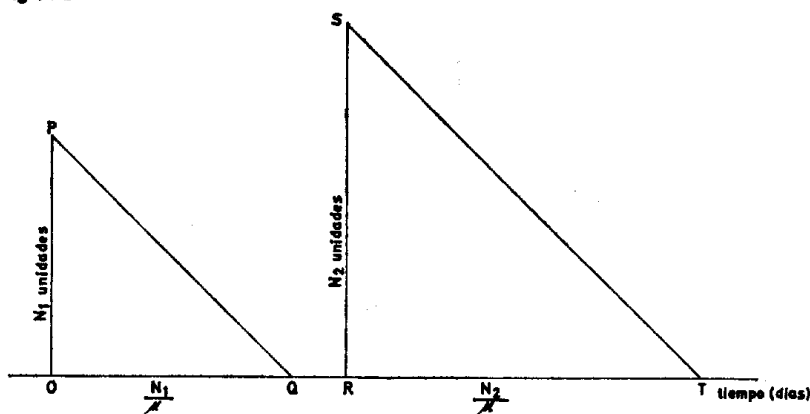
Sustituyendo el valor de ρ dado en [15] en [14] y [6] se obtiene:

$$t^{**} = \frac{N_1}{\mu} \quad [16]$$

$$t^* = \frac{N_1}{\mu} \left[\frac{d + f\left(\frac{N_1}{\mu}\right)}{f\left(\frac{N_1}{\mu}\right)} \right] \quad [17]$$

La expresión [16] nos dice que la solución óptima es el valor de ρ para el que los puntos Q y R coinciden (figura 2); es decir, no

Figura 2



debe producirse ni desocupación de los equipos ni llegadas de unidades del conjunto S^2 mientras no se halla terminado la elaboración de las unidades del conjunto S^1 .

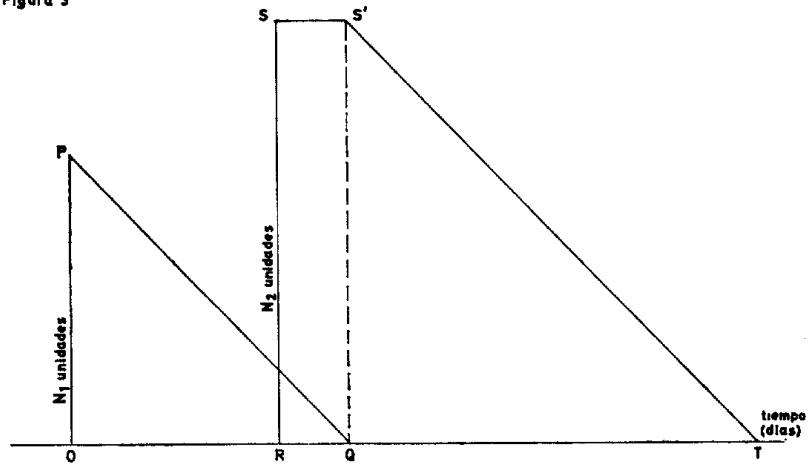
La expresión [17] que indica la fecha a partir de la cual se paga la prima, ha sido interpretada geométricamente en este párrafo.

Caso 2.º

$$\frac{N_1}{\mu} > t^{**} = f^{-1}(\rho)$$

La representación gráfica de este caso puede verse en la figura 3, cuya interpretación es análoga a la de la figura 2, por lo cual se suprime su explicación. Se supone que las unidades son elaboradas en su orden de llegada.

Figura 3



El coste de espera de todas las unidades de producto en el intervalo de tiempo OQ es:

$$\alpha \frac{N_1}{2} \frac{N_1}{\mu} + \alpha N_2 \left(\frac{N_1}{\mu} - t^{**} \right) \quad [18]$$

El coste de espera de las N_2 unidades de producto en el intervalo de tiempo QT es

$$\alpha \frac{N_2}{2} \frac{N_2}{\mu} \quad [19]$$

El coste de prima correspondiente a las N_2 unidades de producto es:

$$N_2 \rho (t^{**} - t^*) \quad [20]$$

El coste conjunto (incluido el coste de prima) se obtiene sumando [18], [19] y [20] y sustituyendo t^* y t^{**} por sus respectivos valores en [4] y [6]. Así resulta:

$$\begin{aligned} \varphi(\rho) = & \alpha \frac{N_1^2 + N_2^2}{2\mu} + \alpha \frac{N_2 N_1}{\mu} + N_2 d - \\ & - \alpha N_2 f^{*-1}(\rho) + N_2 f[f^{*-1}(\rho)] \end{aligned} \quad [21]$$

Calculemos ahora el valor de que minimiza [21] con la restricción $\frac{N_1}{\mu} > f^{-1}(\rho)$ o lo que es lo mismo:

$$\rho < f'\left(\frac{N_1}{\mu}\right) \quad [22]$$

Derivando [21] e igualando a cero, resulta:

$$f''^{-1}(\rho) [-\alpha N_2 + \rho N_2] = 0 \quad [23]$$

De donde:

$$\rho = \alpha \quad [24]$$

El valor $\rho = \alpha$ puede o no satisfacer la condición [22]. Si la satisface, la solución es $\rho = \alpha$. Si no la satisface, la solución coincide con la expresión [15] del caso 1.º, según se calcula fácilmente por el método de LAGRANGE. Los valores t^* y t^{**} se calculan como en el caso 1.º

III.3. SOLUCIÓN

El análisis anterior conduce a la siguiente solución general. Si el coste de espera α es inferior al coste marginal de las mermas en el día en que se termina la elaboración de las unidades de producto que no reciben tratamientos fitotécnicos la prima lineal óptima es proporcional al coste unitario de espera ($\rho = \alpha$). En caso contrario, la prima lineal óptima es proporcional al coste marginal de las mermas en el día en que se termina la elaboración de las unidades de producto que reciben tratamientos fitotécnicos [$\rho = f'\left(\frac{N_1}{\mu}\right)$].

III.4. EJEMPLO

En el cuadro I aparecen los costes unitarios de las mermas y los respectivos costes marginales para diversos períodos de tiempo.

Sean:

$$N_2 = 50 ; \mu = 10 ; \alpha = 0,25 \text{ ptas/unidad día ;}$$

$$\frac{N_1}{\mu} = \frac{50}{10} = 5 \text{ días}$$

Al cabo de cinco días el coste marginal de las mermas es 0,20 ptas/unidad día según el cuadro I. Como el coste unitario de espera

(0,25 ptas/unidad día) es superior al coste marginal de las mermas al cabo de cinco días (0,20 ptas/unidad día) la prima será proporcional a 0,20.

Supongamos que el coste de los tratamientos fitotécnicos es 0,25. Aplicando la fórmula [6] se obtiene $t^* = 1$. Así, pues, la prima comenzará a pagarse a partir del día 1 y su ecuación será:

$$\pi = 0,20 (t - 1)$$

IV. POSIBLES EXTENSIONES DEL MODELO

Otro posible enfoque del problema podría ser el estocástico. Creemos que los modelos clásicos de teoría de colas no son aplicables a nuestro caso. En efecto, una hipótesis básica de los modelos clásicos es que la tasa de llegadas sea menor que la tasa de servicio. Por el contrario, en el caso estudiado en este artículo la tasa de llegadas sería frecuentemente mayor que la tasa de servicio, ya que la duración del período de transformación de la cosecha en la factoría es normalmente más largo que la duración del período de recogida de cosecha. De aquí que sea necesario la construcción de un modelo adecuado al caso de las empresas industriales agrarias (5).

En este artículo se ha adoptado el punto de vista de la empresa industrial que es quien paga la prima; es decir, se ha minimizado el coste conjunto de la empresa industrial, incluyendo en este coste el importe de la prima. Sin embargo, el problema podría plantearse de modo distinto en consonancia con los intereses de la sociedad. En este caso se minimizaría un coste combinado compuesto de los siguientes elementos:

- a) Coste de espera de la cosecha.
- b) Coste de desocupación de los equipos de recepción.
- c) Coste de los cultivadores, recolección y entrega, tratamientos fitotécnicos y mermas de cosecha.

La prima no se incluirá en el coste combinado, ya que una prima no es un coste, sino una transferencia. La fecha óptima de entrega para las unidades de S^2 se calcularía minimizando el coste combinado. Para estimular a los cultivadores del conjunto S^2 a entregar en la fecha

(5) Estamos trabajando ahora en esta dirección y esperamos obtener próximamente algunos resultados concretos.

CUADRO I

Días t	Coste de las mermas $f(t)$ (ptas/unidad)	Coste marginal de las mermas $f'(t)$ (ptas/unidad día)
1	0,05	
2	0,10	0,05
3	0,20	0,10
4	0,35	0,15
5	0,55	0,20
6	0,75	0,20
7	1,—	0,25
8	1,25	0,25
9	1,55	0,30
10	1,85	0,30
11	2,20	0,35

de entrega óptima habrá que abonarles la correspondiente prima, que podría ser pagada por una entidad pública o privada (por ejemplo, una asociación de cultivadores y empresas industriales para la defensa de sus intereses comunes). Esta asociación podría recaudar el importe de la prima mediante cuotas a pagar por los agricultores y por las empresas industriales asociadas. La distribución de estas cuotas entre los asociados vendría regulado por los estatutos de la asociación en orden a la naturaleza de los fines perseguidos por ella (bienestar, etc.).

Puede comprobarse que el punto óptimo para la empresa industrial no coincide, en general, con el punto óptimo para la sociedad.

REFERENCIAS

1. SIMMONS, R.: *A Queueing Theory Application with Time Dependent Parameters*. Journal of Farm Economics, 43, núm. 5, 1961.
2. AGRAWAL, R. C.: *Applications of Operations Research Techniques in Agriculture*. Diss. Iowa State University, 1967.
3. NIELSEN, A. H.: *Optimum Size of Service Facilities. An Application of Queueing Theory* (en danés). Journal of Agriculturists, 43, octubre 1968.

RESUMEN

En la literatura sobre economía agraria no faltan algunas interesantes aplicaciones de los modelos clásicos de teoría de colas a procesos agrícolas de producción. Pero existe una notable falta en cuanto a modelos de organización de períodos de recepción de cosechas, que estudien las interrelaciones entre los efectos de un fenómeno de espera y los efectos de un sis-

tema de primas a los cultivadores ideado para estimularles a entregar su cosecha en un período fijado de antemano. En este artículo se desarrolla un modelo sobre el particular, siguiendo un programa de investigación del profesor BALLESTERO.

R É S U M É

La littérature des sciences économiques agricoles renferme plusieurs applications des modèles classiques de la théorie des files d'attente dans l'acheminement de la production agricole. Pourtant, l'on constate une sérieuse absence de modèles de l'organisation des périodes de réception des récoltes pour étudier la relation entre les effets d'un phénomène d'attente et les effets d'un système de primes aux producteurs destiné à leur fournir des stimulations les incitant à livrer leurs récoltes dans un laps de temps fixé d'avance. Cet article fait la description d'un modèle sur ce thème, inspiré d'un des programmes de recherche du professeur BALLESTERO.

S U M M A R Y

In the literature on agricultural economics there are several applications of the classic models of the theory of queues in agricultural production processes. However, there is a notable lack of models of the organisation of crop reception periods which study the relationships between the effects of a waiting phenomenon and the effects of a system of premiums for farmers designed to stimulate them to deliver their crops in a period of time fixed beforehand. In this paper a model on this theme is developed, on the lines of one of Professor BALLESTERO's research programmes.