

# MODELOS DE TEORIAS DE COLAS PARA ALGUNOS PROCESOS DE PRODUCCION AGRARIA

Por  
CARLOS ROMERO  
Doctor Ingeniero Agrónomo

## SUMARIO

I. INTRODUCCION.—II. NOTACION E HIPOTESIS.—III. MODELO 1 (CALCULO DE LA DIMENSION OPTIMA DEL CENTRO DE ESPERA): III. 1. INTRODUCCION. III. 2. PLANTEAMIENTO ANALITICO. III. 3. EJEMPLO.—IV. MODELO 2 (OPTIMIZACION DEL NUMERO DE EQUIPOS DE RECEPCION Y DE LA DIMENSION DEL CENTRO DE ESPERA): IV. 1. INTRODUCCION. IV. 2. PLANTEAMIENTO ANALITICO. IV. 3. EJEMPLO.—V. REFERENCIAS.

## I. INTRODUCCION

**D**ESDE que A. K. ERLANG inició la teoría de colas aplicándola a los problemas del tráfico telefónico, esta moderna metodología ha sido desarrollada con éxito en multitud de campos.

Así, en la bibliografía sobre el tema es fácil encontrar adaptaciones de modelos a problemas tan diversos como: tráfico de automóviles, hospitales y demanda de médicos, aeropuertos, diseño del mostrador de un restaurante de autoservicio, previsión de máquinas de repuesto, etc.

Por el contrario, el número de trabajos en los que se aplican o se adaptan modelos de colas para resolver problemas relacionados con la economía agraria es muy reducido. Consultada la colección de la «World Agricultural Economics and Rural Sociology Abstracts» (WAERSA) desde su primer número en el año 1959 hasta el número de diciembre de 1971 se encontraron solamente tres trabajos sobre teoría de colas [1, 3 y 5], lo cual da una idea de la parquedad con que se han estudiado las posibilidades de la teoría de colas en economía agraria.

Sin embargo, en ciertos procesos de producción agraria se originan típicas colas con sus correspondientes repercusiones económicas. Por ejemplo, en industrias agrarias tales como almazaras, fábricas de azúcar, centrales hortofrutícolas, etc., la llegada de materia prima tiene lugar de una forma aleatoria a lo largo del tiempo, por lo que normalmente dicha materia prima ha de sufrir una espera antes de ser tratada en la primera fase de su elaboración.

La materia prima va perdiendo calidad a medida que aumenta el tiempo de espera (elevación de la acidez de la aceituna en los trojes de las almazaras, disminución de la riqueza sacárica de la remolacha en los silos, etc.), por lo que guardar cola representa un coste.

Por otra parte, la línea de espera podrá ser reducida aumentando el número de equipos que han de tratar la materia prima en su primera fase; pero a medida que se aumenta el número de equipos se eleva su nivel de desocupación, lo cual repercute en un incremento de su coste.

Los modelos clásicos de colas se pueden aplicar sin dificultad a la determinación del número óptimo de equipos de recepción, con objeto de que el coste conjunto de espera de la materia prima y de desocupación de los equipos sea mínimo.

Pero se presentan otros problemas de cierto interés, como el de determinar la dimensión óptima del centro de espera o el de regular las llegadas de materia prima mediante la introducción de un sistema de primas. El primero creemos que no ha sido tratado aún en sus aplicaciones a la economía agraria. El segundo no ha sido planteado hasta ahora en la literatura sobre teoría de colas, ni a nivel teórico ni a nivel de aplicación. El cálculo de la dimensión óptima de un centro de espera para una industria agraria constituye el objeto principal de este artículo. En cuanto a la regulación de las llegadas de materia prima mediante la introducción de un sistema de primas, hemos publicado recientemente un artículo sobre el particular (1).

Nuestro trabajo consta de las siguientes partes:

- 1.º Un modelo que permite establecer la dimensión óptima de los centros de espera: trojes, silos y, en general, depósitos de recepción.

---

(1) En él damos a conocer el modelo de primas óptimas de BALLESTERO, donde se parte de un nuevo planteamiento del problema de las colas cuando la tasa media de llegadas supera a la tasa media de servicio. Véase C. ROMERO. *Optimum premium in crop delivery*, en el *Journal of Agricultural Economics*, septiembre 1974.

- 2.º Un modelo que proporciona la dimensión óptima del centro de espera, permitiendo determinar a la vez el número óptimo de equipos de recepción.

## II. NOTACION E HIPOTESIS

A lo largo de este trabajo se utilizará la siguiente notación:

- $\lambda$  = tasa media de llegadas.  
 $n$  = número de unidades en el sistema (esperando en la cola o siendo atendidas por los equipos de recepción).  
 $N$  = número de unidades en el conjunto del fenómeno.  
 $p_n$  = probabilidad de que en el sistema haya  $n$  unidades.  
 $\gamma$  = número de unidades en el centro de espera.  
 $S$  = número de estaciones o equipos de recepción.  
 $\rho$  = número de equipos de recepción desocupados.  
 $\mu'$  = tasa media de servicio por equipo.  
 $\mu$  = tasa media total de servicio.  
 $\Psi = \lambda/\mu$  = coeficiente total de utilización del sistema.  
 $\Psi' = \lambda/\mu'$  = coeficiente de utilización por equipo.  
 $\alpha$  = coste de la espera de una unidad por unidad de tiempo.  
 $\beta$  = coste correspondiente a la desocupación de un equipo receptor por unidad de tiempo.  
 $W$  = tiempo de espera en la cola.

Las hipótesis de trabajo generales a todos los modelos son:

- 1.º Se consideran sistemas abiertos, es decir, se supone que las unidades que llegan al sistema son ilimitadas en número.
- 2.º La tasa de llegadas es constante en el tiempo.
- 3.º La primera unidad que llega al sistema es la primera en ser servida.
- 4.º Las unidades en la cola son homogéneas y de igual magnitud.
- 5.º Se admite que el proceso de llegadas es poissoniano y que el tiempo de servicio obedecen a una ley exponencial (cola poissoniana).
- 6.º La tasa media de llegadas  $\lambda$  es menor que la tasa total media de servicio  $\mu$  ( $\lambda < \mu$ ). Esta hipótesis es general en todos los modelos clásicos de teoría de colas. Ahora bien, en aquellos procesos de producción agraria en los que la duración del período de transformación de la cosecha en la factoría es normalmente más largo que la duración del período de recogida de la cosecha, la tasa media de llegadas  $\lambda$  será frecuentemente mayor que la tasa total media de servicio  $\mu$ . Un modelo de teoría de colas para procesos de producción agraria en el que  $\lambda$  no es menor que  $\mu$  se puede consultar en [4]).

### III. MODELO 1. (CALCULO DE LA DIMENSION OPTIMA DEL CENTRO DE ESPERA)

#### III.1. INTRODUCCIÓN

Una empresa transformadora de productos agrarios mantiene en servicio una planta industrial, cuyos equipos de recepción no serán por el momento modificados ni en su número ni en sus características. En cambio, se planea la construcción de un centro de espera (troje, silo, etcétera), deseándose calcular previamente su dimensión óptima.

El sistema está constituido por:

- a) Los equipos de recepción cuyo número y capacidad es un dato.
- b) El centro de espera principal (troje, silo, etc.), cuya dimensión óptima se desea determinar.
- c) El centro de espera secundario. Es un centro de espera anejo al principal y que no está especialmente acondicionado para el almacenamiento (un patio, un solar, etc.). Su capacidad se supone infinita.

Cuando una unidad llega al sistema pueden suceder tres casos:

- 1.º La unidad guarda cola en el centro de espera principal, por encontrar sitio en él.
- 2.º La unidad guarda cola en el centro de espera secundario, por estar el centro de espera principal completo. Ejemplo: al no encontrar sitio en el troje una partida de aceitunas, queda depositada en un patio no especialmente acondicionado como troje.
- 3.º La unidad no es admitida en el sistema.

La empresa transformadora es quien decide sobre la admisión o no admisión de las unidades en el sistema si el centro de espera principal se encontrase completo.

Si la dimensión que se da al centro de espera principal es muy inferior a la «cola media», el coste del centro de espera principal será bajo; pero por otra parte, el número de unidades que al llegar encuentran dicho centro de espera principal saturado será elevado, por lo que se incurrirá en un coste adicional debido a alguno de los siguientes conceptos:

- a') Al guardar cola la unidad en el centro de espera secundario experimenta pérdidas de calidad, mermas, etc., debidas a la falta de acondicionamiento de dicho centro de espera secundario.
- b') Al no ser admitida la unidad en el sistema, la empresa sufre un coste adicional debido a la pérdida de beneficio que podría haber logrado elaborando dicha unidad.

Por el contrario, si la dimensión del centro de espera principal es bastante superior a la de la «cola media», el número de unidades que al llegar encuentran dicho centro de espera saturado será pequeño, por lo que los costes por mermas o por pérdidas de beneficio serán escasos, pero el coste del centro de espera principal será alto.

Por tanto, se plantea el problema de determinar el número de unidades para el que se debe diseñar el centro de espera principal, con objeto de minimizar el coste conjunto.

### III.2. PLANTEAMIENTO ANALÍTICO

Sean:

$m = n - s$  = dimensión del centro de espera principal.

$P_{>n}$  = probabilidad de que en el sistema haya más de  $n$  unidades. Esta probabilidad indica el porcentaje de unidades que al llegar encuentran el centro de espera principal completo.

$C_1$  = coste unitario del centro de espera principal.

$C_2$  = coste originado por una unidad que al llegar encuentra el centro de espera principal completo.

Dado un intervalo de tiempo  $T$ , la expresión del coste medio total referido a dicho intervalo es:

$$V(m) = [C_1 (n-s) + C_2 \lambda P_{>n}] T \quad (3.1)$$

Si los costes  $C_1, C_2$  son constantes en el intervalo  $T$ , el coste total por unidades de tiempo es:

$$Z(m) = \frac{V(m)}{T} = C_1 (n-s) + C_2 \lambda P_{>n} \quad (3.2)$$

Bajo la hipótesis de cola poissoniana, anteriormente establecida, se tiene:

- a) Caso de un solo equipo de recepción.

La probabilidad de que en una cola poissoniana con un solo equipo de recepción haya  $n$  unidades en el sistema es [2, pág. 88]:

$$P_n = (1 - \Psi) \Psi^n \quad (3.3)$$

Por tanto, la probabilidad de que haya más de  $n$  unidades es:

$$P_{>n} = (1-\Psi) \left[ \Psi^{n+1} + \Psi^{n+2} + \dots \right] = \Psi^{n+1} \quad (3.4)$$

Sustituyendo (3.4) en (3.2) se obtiene para  $S = 1$ :

$$Z(m) = C_1 (n-1) + C_2 \lambda \Psi^{n+1} \quad (3.5)$$

Sustituyendo  $n$  por  $m + 1$  en (3.5) queda:

$$Z(m) = C_1 m + C_2 \lambda \Psi^{m+2} \quad (3.6)$$

La dimensión buscada es  $m$ , siendo  $m$  el valor que hace mínima la expresión (3.6).

b) Caso de varios equipos de recepción con la misma tasa media de servicio.

La probabilidad de que en una cola poissoniana con varios equipos de recepción haya  $n$  unidades en el sistema es [2, pág. 88]:

$$P_n = P_0 \frac{S^S \Psi^n}{n!} \quad n > S \quad \text{Con } P_0 = \frac{1}{\frac{S^S \Psi^S}{S!(1-\Psi)} + \sum_{n=0}^{S-1} \frac{S^n \Psi^n}{n!}} \quad (3.7)$$

Por tanto, la probabilidad de que haya más de  $n$  unidades es:

$$P_{>n} = \frac{P_0 S^S}{s!} \left[ \Psi^{n+1} + \Psi^{n+2} + \dots \right] = P_0 \frac{S^S}{s!} \frac{\Psi^{n+1}}{1-\Psi} \quad (3.8)$$

Sustituyendo (3.8), en (3.2) se obtiene:

$$Z(m) = C_1 (n-s) + C_2 \lambda P_0 \frac{S^S}{s!} \frac{\Psi^{n+1}}{1-\Psi} \quad (3.9)$$

Sustituyendo  $n$  por  $m + s$  en (3.9), queda:

$$Z(m) = C_1 + C_2 \lambda \frac{1}{S-1} \frac{S^S}{s!} \frac{\Psi^{m+S+1}}{1-\Psi} \quad (3.10)$$

$$\frac{S^S \Psi^S}{s!(1-\Psi)} + \sum_{n=0}^{S-1} \frac{S^n \Psi^n}{n!}$$

La dimensión buscada es  $m$ , siendo  $m$  el valor que hace mínima la expresión (3.10).

### III.3. EJEMPLO (2)

Una central hortofrutícola está especializada en el acondicionamiento de las siguientes clases de fruta: manzana, pera y melocotón. Al llegar del campo, la fruta espera en un patio no especialmente acondicionado su turno de tratamiento. Una vez calibrada, empaquetada, etc., es almacenada en cámaras frigoríficas hasta el momento de su venta.

El melocotón presenta problemas especiales dada la enorme facilidad con que pierde calidad mientras guarda cola en el patio. En vista de ello, la empresa decide instalar una cámara de prerrefrigeración donde el melocotón será almacenado desde su entrada en la central hasta el momento de pasar a la calibradora.

La empresa adopta el siguiente criterio. El melocotón que al llegar no encuentre sitio en la cámara de prerrefrigeración no es tratado por la central, sino que se vende directamente, por lo que la empresa sufre la pérdida de beneficio que podría haber logrado tratando dicha fruta.

Se desea determinar la dimensión óptima de la cámara de prerrefrigeración. Para ello se dispone de los siguientes datos:

El coste horario de mantenimiento en cámara de una Tm. de melocotón se estima en 2,3 pesetas, es decir:

$$C_1 = 2,3 \text{ pts/Tm} \quad (3.11)$$

La empresa obtiene un beneficio medio de 2.500 pesetas por cada Tm. de melocotón que pasa por la central, y sólo de 500 pesetas cuando el melocotón se vende directamente sin ser tratado por la central; es decir:

$$C_2 = 2.500 - 500 = 2.000 \text{ ptas. Tm.} \quad (3.12)$$

El ritmo de llegadas se ajusta a una distribución de Poisson. La distribución del tiempo de servicio del equipo de recepción (tren de calibrado) es exponencial. Los valores medios de ambas distribuciones son:

$$\lambda = 1,92 \text{ unidades/hora; equivalentes a } 0,96 \text{ Tm/hora} \quad (3.13)$$

$$\mu = 2 \text{ unidades/hora; equivalentes a } 1 \text{ Tm/hora} \quad (3.14)$$

La unidad es aquí el remolque de 0,5 Tm. El coeficiente total de utilización del sistema  $\Psi$  valdrá por tanto:

$$\Psi = 0,96 \quad (3.15)$$

(2) Nuestro agradecimiento al Gabinete de Cálculo de la ETS de Ingenieros Agrónomos de Madrid, por la revisión de los cálculos numéricos relativos a este ejemplo.

Sustituyendo en (3.6),  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $\lambda$  y  $\Psi$  por sus valores (3.11), (3.12), (3.13) y 3.15), se obtiene la siguiente función económica:

$$Z(m) = 2,30 m + 2.000 \cdot 0,96^{m+3} \quad (3.16)$$

El valor de  $m$  que hace mínima (3.16) es 84 Tm. Por tanto, la cámara de prerrefrigeración deberá tener cabida para 84 Tm., equivalentes a una dimensión de 336 m<sup>3</sup>.

El coste horario  $Z$  correspondiente a esta dimensión es de 194,2 pesetas. Al utilizarse la cámara 1.800 horas a lo largo del año, el coste total anual es 349.560 pesetas.

Es lógico suponer que si no se aplica este modelo, la empresa proyecte la cámara para una cabida de 23 Tm. (que es la dimensión de la cola media) equivalente a 92 m<sup>3</sup>. El coste  $Z$  correspondiente a esta dimensión es entonces de 744,9 ptas/hora o 1.340.820 ptas/anuales; es decir, superior en un 383,5 por 100 al coste óptimo.

#### IV. MODELO 2. (OPTIMIZACION DEL NUMERO DE EQUIPOS DE RECEPCION Y DE LA DIMENSION DEL CENTRO DE ESPERA)

##### IV.1. INTRODUCCIÓN

Este modelo es una variante del modelo anterior. El número de equipos de recepción no es aquí un dato, sino una variable a determinar. A este fin se establece una función económica que permite obtener tanto el número de equipos de recepción como la dimensión del centro de espera principal para que la empresa se encuentre en condiciones de coste mínimo.

##### IV.2. PLANTEAMIENTO ANALÍTICO

En una cola poissoniana el tiempo medio de espera de una unidad es [2, pág 89]:

$$\bar{W} = \frac{1}{\lambda} \frac{\frac{S^s \Psi^{s+1}}{S! (1-\Psi)^2}}{S-1 + \frac{S^s \Psi^s}{S! (1-\Psi)} + \sum_0^{\infty} \frac{S^s \Psi^n}{n!}} \quad (4.1)$$



Como la tasa de llegadas es  $\lambda$ , el número medio de unidades en el centro de espera es [2, pág. 90]:

$$\gamma = \lambda W = \frac{\frac{S^S \Psi^{S+1}}{S! (1-\Psi)^2}}{S-1} \quad (4.2)$$

$$\frac{S^S \Psi^S}{S! (1-\Psi)} + \sum_{n=0} S^n \Psi^n / n!$$

En una cola poissoniana, el número medio de equipos de recepción desocupados es:

$$\bar{\rho} = (1-\Psi) S \quad (4.3)$$

Los costes unitarios de espera de la materia prima ( $\alpha$ ) y de desocupación de los equipos de recepción ( $\beta$ ) dependen del tiempo. Además, teniendo en cuenta (3. 10) se llega a la siguiente función económica:

$$Z(S, m) = \left[ \alpha \frac{\frac{S^S \Psi^{S+1}}{S! (1-\Psi)^2}}{S-1} + \beta (1-\Psi) S \right] T +$$

$$\frac{S^S \Psi^S}{S! (1-\Psi)} + \sum_{n=0} \frac{S^S \Psi^n}{n!}$$

$$C_1 m + C_2 \lambda \frac{1}{S-1} \frac{S}{S!} \frac{\Psi^{m+s+1}}{1-\Psi} \quad (4.4)$$

$$\frac{S^S \Psi^S}{S! (1-\Psi)} + \sum_{n=0} \frac{S^n \Psi^n}{n!}$$

Si se instalan  $S$  equipos de recepción y se dota al centro de espera principal de una dimensión para  $m$  unidades, siendo  $S$  y  $m$  los valores que hacen mínima la expresión (4.4), se consigue obtener un coste mínimo.

Este coste total se desglosa en los siguientes costes parciales:

- a) Coste de espera de la materia prima.
- b) Coste de desocupación de los equipos de recepción.
- c) Coste del centro de espera principal.
- d) Coste originado por las unidades que al llegar encuentran el centro de espera principal completo.

Ahora bien, normalmente será posible encontrar en el mercado equipos con diferentes tasas de servicio. Sean estas tasas:  $\mu^1, \mu^2, \mu^3, \dots$ . Cuanto mayor sea la tasa de servicio, mayor será el precio del equipo, y, por tanto, mayor será el coste de desocupación de dicho equipo.

La función económica (4.4) pasará ahora a depender de las variables:

$S$  = número de equipos de recepción.

$m$  = dimensión del centro de espera principal.

$\mu^j$  = tasa de servicio del equipo de recepción.

La variable  $\beta$  es función de la tasa  $\mu^j$ . Es decir:

$(S, \mu^j)$	$\beta = \beta(\mu^j) \quad (4.5)$		
	1	2	K
$(1, \mu^1)$	$Z_{(1,1),1}$	$Z_{(1,1),2}$	$Z_{(1,1),k}$
$(1, \mu^2)$	$Z_{(1,2),1}$	$Z_{(1,2),2}$	$Z_{(1,2),k}$
$(1, \mu^j)$	$Z_{(1,j),1}$	$Z_{(1,j),2}$	$Z_{(1,j),k}$

(4.6)

Se pretende minimizar la función  $Z(S, m, \mu^j)$ . Por tanto, será preciso elegir el elemento  $Z_{(i,j),k}$  de la matriz (4.6) que sea a la vez mínimo de su fila y mínimo de su columna; el cual indica el número de equipos de recepción, la tasa de servicio correspondiente a estos equipos y la dimensión del centro de espera principal.

### IV.3 EJEMPLO (3)

Los gestores de una almazara están interesados en conocer el número de equipos de recepción que deben tener instalados, así como la

(3) Nuestro agradecimiento al Gabinete de Cálculo de la ETS de Ingenieros Agrónomos de Madrid, por la revisión de los cálculos numéricos relativos a este ejemplo.

dimensión que deben dar al troje para que la empresa se encuentre en situación de coste mínimo. La empresa sigue un criterio similar al del ejemplo 3.4; es decir, la aceituna que al llegar a la almazara encuentra el troje completo no es elaborada en dicha almazara; con lo que la almazara sufre la pérdida de beneficio que podría haber logrado elaborando la aceituna rechazada.

El problema se resuelve aplicando el Modelo-2. Se dispone para ello de los siguientes datos.

El coste horario de mantenimiento en el troje de una Tm. de aceituna se estima en 0,15 ptas.; es decir:

$$C_1 = 0,15 \text{ ptas/Tm. (4.7)}$$

La almazara obtiene un beneficio medio de 2.000 ptas. por Tm. de aceituna elaborada; es decir:

$$C_2 = 2.000 \text{ ptas/Tm. (4.8)}$$

El ritmo de llegadas se ajusta a una distribución de Poisson. La distribución del tiempo de servicio de cada equipo de recepción es exponencial. Los valores medios de ambas distribuciones son:

$$\lambda = 2,88 \text{ unidades/hora; equivalentes a } 1,44 \text{ Tm./hora (4.9)}$$

$$\mu' = 1.50 \text{ unidades/hora; equivalentes a } 0,75 \text{ Tm./hora (4.10)}$$

La unidad es aquí el remolque de 0,5 Tm. El coeficiente de utilización por equipo de recepción  $\Psi'$  valdrá por tanto:

$$\Psi' = 1,92 \text{ (4.11)}$$

El coste horario de desocupación de cada equipo de recepción se estima en 800 ptas., es decir:

$$\beta = 800 \text{ ptas./hora (4.12)}$$

La aceituna llega del campo con una acidez media de 0,8 grados. Un aceite con una acidez de 0,8 grados se clasifica como virgen extra II (4).

El tiempo medio de espera de la aceituna en el troje es, según (4.1):

$$\text{Para } S = 2 ; W = 20 \text{ horas.}$$

$$\text{Para } S = 3 ; W = 10,66 \text{ horas.}$$

Según observaciones empíricas, la aceituna que con una acidez inicial de 0,8 grados permanece entrojada 20 horas aumenta su aci-

(4) Decreto del 27 de noviembre de 1970 por el que se regula la campaña oleícola.

dez en 0,4 grados. Un aceite con una acidez de 1,2 grados se clasifica como virgen fino.

Por su parte, la aceituna que con una acidez inicial de 0,8 grados permanece entrojada 10,66 horas aumenta su acidez en 0,2 grados. Un aceite con una acidez de 1 grado se clasifica como virgen extra II.

El aceite de oliva virgen extra II se cotiza a 37,25 ptas/Kg. y el virgen fino a 36 ptas/Kg. (5).

La tasa horaria de llegadas es de 1,44 Tm. de aceituna, equivalentes a 360 Kgs. de aceite. El coste horario de espera de la aceituna es, por tanto:

$$\text{Para } S=2; \alpha \gamma = 360 (37,25-36,0) = 450 \quad (4.13)$$

$$\text{Para } S=3; \alpha \gamma = v \quad (4.14)$$

El coste conjunto de espera de la aceituna y de desocupación de los equipos de recepción se obtiene sustituyendo los dos primeros sumandos de (4.4) por (4.12) y (4.13) ó (4.14), según sea  $S = 2$  ó  $S = 3$ , es decir:

$$\text{Para } S=2; \alpha \gamma \beta \rho = 450 + 800 (1-0,96).2 = 514 \quad (4.15)$$

$$\text{Para } S=3; \alpha \gamma \beta \rho = 0 + 800 (1-0,64).3 = 918 \quad (4.16)$$

Sustituyendo en (4.3)  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $\lambda$ , por (4.7), (4.8), (4.9);  $\Psi$  por (4.11) dividido por el número de equipos de recepción; los dos primeros sumandos de (4.3) por (4.15) ó (4.16), según sea  $S = 2$  ó  $S = 3$ , resulta:

$$\text{Para } S = 2; Z(m) = 514 + 0,15 m + 1.469 \cdot 0,96^{m+3} \quad (4.17)$$

$$\text{Para } S = 3; Z(m) = 918 + 0,15 m + 489,6 \cdot 0,64^{m+4} \quad (4.18)$$

El valor de  $m$  que hace mínimo (4.17) es 144 Tm. Por tanto, para  $S = 2$  el troje debe tener cabida para 152 Tm., equivalente a 206 m<sup>3</sup>.

El coste inherente a esta dimensión es:

$$514 + 21,50 = 535,50 \text{ ptas.}$$

El valor de  $m$  que hace mínimo (4.18) es 13 Tm. Por tanto, para  $S = 3$  el troje debe tener cabida para 13 Tm., equivalente a 19 m<sup>3</sup>.

El coste inherente a esta dimensión es:

$$918 + 2,19 = 920,19 \text{ ptas.}$$

La política óptima para la almazara es, pues, mantener dos equipos de recepción y dotar al troje de una dimensión de 206 m<sup>3</sup>. Si se adopta la política subóptima de 3 equipos de recepción y troje de 19 m<sup>3</sup>, el sobrecoste horario respecto a la política óptima es de 384,69

(5) Decreto del 27 de noviembre de 1970 por el que se regula la campaña oleícola.

pesetas, que multiplicado por las 1.200 horas que dura la campaña supone un sobrecoste total de 451,618 ptas. Estas cifras dan una idea aproximada de la importancia económica de la aplicación del modelo, aunque por tratarse de ejemplos no es naturalmente lícito deducir conclusiones al respecto.

- [1] R. C. AGRAWAL: *Applications of operations research techniques in agriculture*. Tesis Doctoral, Universidad de Iowa, 1967.
- [2] A. KAUFMANN, R. CRUON: *Los fenómenos de espera* (Versión española de J. A. Lanuza.) Ed. CECSA, 1966.
- [3] A. H. NIELSEN: *Dimensionering af et anlaeg. Eksempler pa anvendelse af koteori Ugeskr. Agronomer*, Copenhagen, 1968.
- [4] C. ROMERO: *Optimum premium in crop delivery*, Journal of Agricultural Economics, septiembre 1974.
- [5] R. SIMMONS: *A queuing theory application with time dependent parameters*. Journal of Farm Economics, Diciembre 1961.

**RESUMEN**

En este artículo se presentan dos modelos de teoría de colas, que creemos no son conocidos en la literatura de economía agraria sobre la materia. El objeto del primer modelo es determinar la dimensión óptima de un centro de espera principal de materias primas en una industria agraria, a fin de que la empresa se encuentre en una situación de coste mínimo. El objeto del segundo modelo es determinar la dimensión del centro de espera principal de materias primas y el número de equipos de recepción con su correspondiente tasa de servicio en una industria agraria, a fin de que la empresa se encuentre en una situación de coste mínimo. En el artículo se introducen dos ejemplos para ilustrar el interés práctico de dichos modelos.

**RÉSUMÉ**

Cet article présente deux modèles de la théorie des queues qui, croyons-nous, ne sont pas connus dans la littérature de l'économie agricole sur cette matière. L'objet du premier modèle est de déterminer la dimension optimale d'un centre d'attente principal de matières dans une industrie agricole afin que l'entreprise se trouve dans une situation de coûts minimaux. L'objet du second modèle est de déterminer la dimension du centre d'attente principal des matières premières et le nombre d'équipements de réception avec le taux de service qui lui revient dans une industrie agricole afin que l'entreprise se trouve dans une situation de coûts minimaux. L'article donne deux exemples pour illustrer l'intérêt pratique de ces modèles.

**SUMMARY**

This article presents two models of the theory of queues, which we believe are not known in the literature of agrarian economy on the matter. The object of the first model is to determine the optimum dimension of a principal centre of waiting for raw materials in an agrarian industry, in order that the enterprise may find itself in a minimum cost situation. The object of the second model is to determine the dimension of the principal centre of waiting for raw materials and the number of reception teams with their corresponding service assessment in an agrarian industry, in order that the enterprise may find itself in a minimum cost situation. The article includes two examples to illustrate the practical interest of these models.