PROBLEMAS DE ADOPCION DE DECISIONES FRENTE A LA INCERTIDUMBRE EN LA AGRICULTURA

Por
MARIA DEL CARMEN NIETO OSTOLAZA
Dr. Ingeniero Agrónomo
Licenciado en Ciencias Económicas

I. Introducción.

Los empresarios agrarios se enfrentan en gran número de ocasiones con un grado elevado de incertidumbre al efectuar sus decisiones. Esta incertidumbre puede provenir de diversas causas, por ejemplo: condiciones climatológicas, enfermedades de las plantas y del ganado, mecanismo de los precios, aspectos técnicos e institucionales, situaciones sociales y políticas, etc.

Algunos modelos de la teoría de los juegos pueden resolver una serie de problemas con que se enfrentan los empresarios agrarios al adoptar sus decisiones en un entorno de incertidumbre, tanto respecto a decisiones cuyos resultados aparecen a corto plazo, como a aquellas otras que exigen plazos más largos para conocer sus efectos (1).

II. Juegos contra la naturaleza. Criterios convencionales.

En este artículo se pretende estudiar juegos con las siguientes características: Consideremos una matriz $A = \{a_{ij}\}$ de orden $m \times n$, en la que un centro de decisión o jugador debe elegir una

(1) Desde la publicación de la obra de F. H. Knight, *Risk, Uncertainty and Profit* (Hart, Schraffner y Marks), en 1921, se ha venido haciendo en la literatura económica una distinción, un tanto convencional, entre riesgo e incertidumbre. Dicha distinción no responde a ningún objetivo útil, ni teórico ni práctico, como expone Karl Henrich Borch a lo largo de su obra *The Economics of Uncertainty*, Princeton, New Jersey, Princeton University Press, 1968.

fila. Por otra parte, la Naturaleza, considerada como un jugador ficticio, que no tiene ningún objetivo conocido, «elegirá», simultáneamente, una columna, es decir, *adoptará un estado,* que determinará que el centro de decisión reciba una cantidad igual al elemento de cruce de la fila y columna elegidas en la matriz considerada.

Se han elaborado cuatro criterios o reglas de decisión, ya clásicos, para poder utilizar en los juegos contra la Naturaleza, que exponemos a continuación (2):

1. *Criterio de Laplace* (3).

Si se desconocen las probabilidades de los diferentes estados de la Naturaleza, es decir, las probabilidades de las columnas de la matriz A, se supone entonces que son todas iguales, y si, por otra parte, el centro de decisión elige la fila i-ésima de la matriz, la cantidad esperada viene determinada por el promedio

$$\sum_{j=1}^{j=n} a_{ij}/n,$$

por lo que dicho centro de decisión elegirá la fila que maximice el promedio.

2. *Criterio de Von Neumann* (4).

Supongamos que el centro de decisión es pesimista en extremo, es decir, espera lo peor. Con esta actitud, si eligiese la fila i-ésima de la matriz A al menos conseguiría $\min_j a_{ij}$ y la decisión más segura será, por tanto, elegir la fila para la que sea máximo el $\min_j a_{ij}$, es decir, el centro de decisión se asegurará un cierto mínimo en las peores circunstancias.

Definiremos por estrategia del centro de decisión, en el juego

(2) Un estudio de estos criterios puede verse en el trabajo de John Milnor «Games against Nature» de la obra *Decision Processes,* dirigida por R. M. Thrall, C. H. Coombs y R. L. Davis. John Wiley and Sons, 1954, Nueva York, págs. 49-59.
(3) Denominado también principio de razón insuficiente.
(4) También conocido como criterio de Von Neumann-Morgenstern, del minimax, del maximin o de Wald.

que hemos expuesto, la elección de las diversas filas, o alternativas, de la matriz con una determinada distribución de probabilidad, es decir, la fila 1 con probabilidad p_1, la 2 con probabilidad p_2 y así sucesivamente; esta estrategia del centro de decisión se puede representar por el vector de probabilidades

$$P = (p_1, p_2, \ldots, p_m)$$

Una estrategia cuyo vector de probabilidades contiene una componente unitaria y todas las demás nulas, es decir, una estrategia en que el centro de decisión elige siempre una fila determinada, se denomina estrategia pura; en caso contrario, se la llama estrategia mixta.

Si se aceptan estrategias mixtas, el criterio de Von Neumann puede expresarse de la manera siguiente: elegir un vector de probabilidades $(p_1, p_2, \ldots, p_m)$ de manera tal que la cantidad

$$\min_j . (p_1 a_{1j} + p_2 a_{2j} + \ldots + p_m a_{mj}) \text{ sea máxima.}$$

Esto es equivalente a decir que la Naturaleza es el jugador oponente en un juego rectangular o matricial de suma cero (5).

En efecto, en un juego rectangular definido por una matriz $A = \{a_{ij}\}$ existen dos jugadores, que llamaremos, por ejemplo, J y N.

Una jugada consiste en que el jugador J elija una fila y simultáneamente, el jugador N elija una columna de la matriz A. Después de cada jugada, J recibe de N una cantidad igual al elemento común de fila y columna elegidas; si dicho elemento común es un número negativo, representa un pago del jugador J al N.

La denominación de suma nula corresponde al hecho de que la suma de las ganancias y pérdidas de ambos jugadores después de cada jugada es cero.

Análogamente, por estrategia del jugador N indicaríamos la decisión de elegir las diferentes columnas con una determinada distribución de probabilidad, es decir, la columna 1 con probabilidad q_1, la columna 2 con probabilidad q_2 y así sucesivamente.

(5) Respecto a este punto puede verse M. C. Nieto Ostolaza, «La teoría de los juegos y la agricultura», *Boletín del Instituto Nacional de Investigaciones Agronómicas*, núm. 54, junio 1966, págs. 81 a 134.

Esta estrategia del jugador N puede representarse por el vector de probabilidades $Q = (q_1, q_2, \ldots, q_n)$.

Una característica de los modelos de la teoría de juegos rectangulares en que la Naturaleza es uno de los jugadores oponentes es que el resultado del juego no hace a la Naturaleza más pobre o más rica. La Naturaleza es pasiva, en el sentido de que no le afectan ni las ganancias ni las pérdidas del juego.

Por esta razón, en los juegos contra la Naturaleza se prescinde, en general, de la consideración de las estrategias y las ganancias y pérdidas del jugador ficticio N, es decir, de la actuación consciente de la Naturaleza.

3. *Criterio de Hurwicz* (6).

Podría elaborarse una regla de decisión para un jugador optimista en extremo, que consistiría en elegir la fila que contuviese el mayor elemento de la matriz. Un comportamiento del jugador, intermedio entre esta regla de conducta y la anterior, ha sido sugerido por HURWICZ (7), quien representa el grado de pesimismo del centro de decisión por un número tal que se cumpla $0 \leq \alpha \leq 1$. Para cada fila se hallaría $\min\limits_j a_{ij}$ y $\max\limits_j a_{ij}$ para $j = 1, 2, \ldots, n$ y se elegiría la fila para la que fuese máxima la expresión $\alpha \min\limits_j a_{ij} + (1 - \alpha) \max\limits_j a_{ij}$. Si α fuese accesible a 1, es decir, si $\alpha = 1$, se trataría de un centro de decisión pesimista cien por cien y el criterio de Hurwicz se convertiría en el criterio de Von Neumann.

4. *Criterio de Savage* (8).

La filosofía de este criterio es que el centro de decisión trata siempre de minimizar su desutilidad, es decir, la contrariedad que sentiría dicho centro por haber efectuado una decisión equivocada, al no elegir la fila o alternativa que, con un determinado estado de la Naturaleza, tuviese el elemento mayor.

(6) Denominado también criterio del optimismo-pesimismo.
(7) Hurwicz no ha llegado a publicar su sugerencia.
(8) Conocido también como criterio de la desutilidad.

Una vez hecha esta consideración, podemos establecer la matriz de desutilidades, $R = \{r_{ij}\}$ donde $r_{ij} = a_{ij} - \max\limits_{k} a_{kj}$ para $k = 1, 2, \ldots, m$. De esta forma el elemento r_{ij} mide la diferencia entre la cantidad que realmente obtiene el centro de decisión y la que podría haber obtenido de conocer el verdadero estado de la Naturaleza. A continuación se aplica el criterio de Von Neumann a la matriz $R = \{r_{ij}\}$ y se elige un vector de probabilidades tal que el $\min\limits_{j} (p_1 r_{1j} + p_2 r_{2j} + \ldots + p_m r_{mj})$ sea máximo.

III. Criterio del beneficio.

Este criterio ha sido propuesto muy recientemente por Agrawal y Heady (9) y su filosofía representa un compromiso entre el criterio pesimista de Von Neumann y el optimista de Savage. En efecto, el centro de decisión considera lo peor que le podría suceder para un estado determinado de la Naturaleza y maximiza el beneficio que representa el excedente que obtendría efectuando una decisión menos equivocada al no elegir la fila o alternativa que, con un determinado estado de la Naturaleza, tuviese el elemento menor de la columna.

Una vez efectuada esta consideración se establece la matriz de beneficios, $B = \{b_{ij}\}$ en la que $b_{ij} = a_{ij} - \min\limits_{k} a_{kj}$ para $k = 1, 2, \ldots, m$. De esta manera el elemento b_{ij} mide la diferencia entre la cantidad que realmente obtiene el centro de decisión y la que habría obtenido si hubiese realizado la peor elección. A continuación se aplica el criterio de Von Neumann a la matriz $B = \{b_{ij}\}$ y se elige un vector de probabilidades tal que $\min\limits_{j} (p_1 b_{1j} + p_2 b_{2j} + \ldots + p_m b_{mj})$ sea máximo.

IV. Metodología para resolver juegos rectangulares.

Existen diversos métodos para resolver los juegos rectangulares siguiendo el criterio de Von Neumann, que es, en definitiva,

(9) R. C. Agrawal y E. O. Heady, «Applications of game theory models in agriculture», *Journal of Agricultural Economics*, vol. XIX, núm. 2, mayo 1968, págs. 207-218.

al que desembocan, desde el punto de vista operativo, los criterios de Savage y Agrawal-Heady (10).

Un método tradicional es el que se basa en la equivalencia formal del juego matricial de suma cero con un problema de programación lineal (11), que exponemos a continuación.

Expresemos la matriz base del juego de orden $m \times n$ de la manera siguiente:

$$A = \{a_{ij}\} \begin{matrix} (i = 1, 2, \ldots, m) \\ (j = 1, 2, \ldots, n) \end{matrix}$$

Como anteriormente indicamos, el objetivo perseguido con el criterio de Von Neumann es asegurarse un cierto mínimo en las circunstancias peores. El fundamento básico de este criterio es que se desea asignar una probabilidad p_i a cada fila tal que, prescindiendo del estado que adopte la Naturaleza, es decir, la columna que «elija», nunca se descienda por debajo de un valor mínimo V. Se trata, pues, de determinar los valores p_i que maximizan dicho valor mínimo V. Tales condiciones se satisfacen, en consecuencia, cuando, si aparece la primera columna o estado, se verifica:

$$[p_1 p_2 \ldots p_m] \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m1} \end{bmatrix} \geqq V,$$

o, lo que es lo mismo, $P A_1 \geqq V$, y haciéndolo extensivo a las restantes columnas tendremos el sistema de desigualdades siguiente:

$$\begin{matrix} P A_1 \geqq V \\ P A_2 \geqq V \\ \cdots\cdots \\ P A_n \geqq V \end{matrix} \qquad [1]$$

(10) Respecto a este punto puede verse: *Contribution to the theory of Games*, vol. I (Ann. Math. Studies, vol. XXIV), ed. por H. W. KUHN y A. W. TUPKER, Princeton, N. J. Princeton Univ. Press, 1950; T. C. KOOPMANS, *Activity Analysis of Production and Allocation*, John Wiley and Sons, Nueva York, 1951; J. ROBINSON, *An interative method of solving a game*, Ann. Math. 54, 1951, págs. 296-301, y *Contributions to the Theory of Games*, vol. II, por H. W. KUHN y A. W. TUCKER (Ann. Math. Studies), XXVIII, 1953.

(11) Una equivalencia entre la resolución de un juego matricial y la programación lineal puede verse en DANTZIG, GALE, KUHN y TUCKER, en la obra, ya citada, *Activity Analysis of Production and Allocation*, vol. I, págs. 317-335.

teniendo en cuenta que $A = [A_1 A_2 \ldots A_n]$ y $P = [p_1 p_2 \ldots p_m]$, con las condiciones:

$$p_1 + p_2 + \ldots + p_m = 1 \qquad [2]$$

y

$$p_i \geqq 0 \text{ para todo } i \qquad [3]$$

A continuación introducimos una variable ficticia, no negativa, en cada una de las relaciones del sistema de desigualdades [1], con lo que se transforman en ecuaciones de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} PA_1 - p_{m+1} &= V \\ PA_2 - p_{m+2} &= V \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ PA_n - p_{m+n} &= V \end{aligned}$$

que se pueden exponer de la forma:

$$\left.\begin{aligned} P A_1 - p_{m+1} + 0 p_{m+2} + 0 p_{m+3} + \ldots + 0 p_{m+n} &= V \\ P A_2 + 0 p_{m+1} - p_{m+2} + 0 p_{m+3} + \ldots + 0 p_{m+n} &= V \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ P A_n + 0 p_{m+1} + 0 p_{m+2} + 0 p_{m+3} + \ldots - p_{m+n} &= V \end{aligned}\right. \qquad [4]$$

Restando una cualquiera de las ecuaciones [4], sucesivamente, de las restantes, tendremos $n - 1$ relaciones de la forma

$$\sum_{i=1}^{m+n} b_{ij} p_i = 0 \qquad [5]$$

y la ecuación

$$P A_j + 0 p_{m+1} + 0 p_{m+2} + \ldots - p_{m+j} + \ldots + 0 p_{m+n} = V \qquad [6]$$

que trataremos de maximizar. En resumen, el problema planteado ha quedado reducido, tomando como referencia la matriz A, a:

Maximizar

$$V = \sum_{i=1}^{m+n} a_{ij} p_i \qquad [7]$$

sujeto a $n - 1$ relaciones de la forma:

$$\sum_{i=1}^{m+n} b_{ij} p_i = 0 \qquad [5]$$

verificándose

$$\sum_{i=1}^{m} p_i = 1 \qquad [2]$$

y

$$p_i \geqq 0 \text{ (para } i = 1, \ldots, m + n) \qquad [8]$$

es decir, análogo a un problema de programación lineal, con la ventaja de poderse resolver utilizando los programas rutinarios establecidos para los ordenadores.

La interpretación de la estrategia mixta es doble. Por una parte, indicaría la frecuencia con que se elegiría cada fila en una serie de jugadas mediante un artificio aleatorio que seleccionase las diferentes estrategias o alternativas con ciertas probabilidades. Otra interpretación más interesante y, a corto plazo, de mayor utilidad es aquella en que las p_i indican las proporciones de recursos disponibles que deberían asignarse a las diversas alternativas en un momento determinado.

V. Aplicaciones en la agricultura.

1. *Elección de variedades de trigo.*

La finalidad de esta aplicación es determinar las decisiones que debería adoptar la dirección de una empresa agraria, con una determinada información, teniendo en cuenta los diversos fines que podría perseguir al distribuir la superficie dedicada a trigo entre diferentes variedades.

Los datos utilizados provienen del Registro de Variedades del Instituto Nacional de Investigaciones Agronómicas (I. N. I. A.), que ha recogido las experiencias efectuadas con diversas variedades de trigo en la Granja Agrícola de Palencia.

Las variedades que se consideran son seis: Aragón 03, Aradi, Navarro 122, Estrella, J-1 y Canaleja. Durante algunos años se han efectuado también experiencias respecto a las variedades Mara, Mentana, San Rafael, Roma, Libero, Rojo basto, Pané 3, Aureo 22, Aureo 23, Sin Tizón 35, Sin Tizón 36, Pané 2 y Rojo fino, pero sólo de las seis variedades mencionadas en primer lugar se dispuso de un número de años suficientes, aunque no consecutivos, tal como aparece en el cuadro 1.

CUADRO 1

PRODUCCIONES POR HECTAREA, EN LOS ULTIMOS AÑOS, DE DIFERENTES VARIEDADES DE TRIGO EN LA GRANJA AGRICOLA DE PALENCIA

Variedad	1956	1957	1958	1959	1960	1962	1964
Aragón 03	16,80	20,67	30,67	28,67	16,60	18,93	22,66
Aradi	15,40	22,00	30,00	29,33	16,00	16,67	29,33
Navarro 122	17,80	17,07	30,65	30,67	14,67	18,67	21,33
Estrella	17,60	20,67	36,00	30,65	18,73	14,67	22,66
J-1	12,40	20,67	26,65	29,85	15,27	19,20	20,00
Canaleja	16,20	16,80	30,67	28,00	11,40	18,53	22,66

FUENTE: Registro de Variedades del I. N. I. A.

En consecuencia, la matriz $A = \{ a_{ij} \}$, en donde las filas representan las diversas alternativas de elección de variedades de trigo por parte de la dirección de la empresa agraria, y las columnas los diferentes estados de la Naturaleza, es, en nuestra aplicación, de orden 6×7, tal como se expone a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 16{,}80 & 20{,}67 & 30{,}67 & 28{,}67 & 16{,}60 & 18{,}93 & 22{,}66 \\ 15{,}40 & 22{,}00 & 30{,}00 & 29{,}33 & 16{,}00 & 16{,}67 & 29{,}33 \\ 17{,}80 & 17{,}07 & 30{,}65 & 30{,}67 & 14{,}67 & 18{,}67 & 21{,}23 \\ 17{,}60 & 20{,}67 & 36{,}00 & 30{,}65 & 18{,}73 & 14{,}67 & 22{,}66 \\ 12{,}40 & 20{,}67 & 26{,}65 & 29{,}85 & 15{,}27 & 19{,}20 & 20{,}00 \\ 16{,}20 & 16{,}80 & 30{,}67 & 28{,}00 & 11{,}40 & 18{,}53 & 22{,}66 \end{bmatrix}$$

Aplicaremos a la matriz A los cinco criterios anteriores conforme a la metodología que hemos expuesto:

a) Siguiendo el criterio de Laplace, tenemos que la elección más conveniente es cultivar la variedad Estrella.

b) Con el criterio de Von Neumann se obtiene la estrategia mixta, que consiste en cultivar un 50 por 100 de la superficie con Aragón 03, un 39 por 100 con Estrella, un 11 por 100 con Navarro 122, y 0 por 100 de Aradi, J-1 y Canaleja (12).

c) Aplicando el criterio de Hurwicz para $\alpha = 0{,}2$, también aparece el Estrella como la mejor elección.

d) Una vez hallada la matriz *R*, tal como se expone a continuación:

$$R = \begin{bmatrix} 1{,}00 & 1{,}33 & 5{,}33 & 2{,}00 & 2{,}13 & 0{,}27 & 6{,}67 \\ 2{,}40 & 0{,}00 & 6{,}00 & 1{,}34 & 2{,}73 & 2{,}53 & 0{,}00 \\ 0{,}00 & 4{,}93 & 5{,}35 & 0{,}00 & 4{,}06 & 0{,}53 & 8{,}00 \\ 0{,}20 & 1{,}33 & 0{,}00 & 0{,}02 & 0{,}00 & 4{,}53 & 6{,}67 \\ 5{,}40 & 1{,}33 & 9{,}35 & 0{,}82 & 3{,}46 & 0{,}00 & 9{,}33 \\ 1{,}60 & 5{,}20 & 5{,}33 & 2{,}67 & 7{,}33 & 0{,}67 & 6{,}67 \end{bmatrix}$$

aplicamos el criterio de Savage, que proporciona una estrategia mixta compuesta de un 51 por 100 de Aradi, un 44 por 100 de Estrella, un 5 por 100 de Aragón 03, y 0 por 100 de Navarro 122, J-1 y Canaleja.

e) Igualmente obtenemos la matriz

$$B = \begin{bmatrix} 4{,}40 & 3{,}87 & 4{,}02 & 0{,}67 & 5{,}20 & 4{,}26 & 2{,}66 \\ 3{,}00 & 5{,}20 & 3{,}35 & 1{,}33 & 4{,}60 & 2{,}00 & 9{,}33 \\ 5{,}40 & 0{,}27 & 4{,}00 & 2{,}67 & 3{,}27 & 4{,}00 & 1{,}33 \\ 5{,}20 & 3{,}87 & 9{,}35 & 2{,}65 & 7{,}33 & 0{,}00 & 2{,}66 \\ 0{,}00 & 3{,}87 & 0{,}00 & 1{,}85 & 3{,}87 & 4{,}53 & 0{,}00 \\ 3{,}80 & 0{,}00 & 4{,}02 & 0{,}00 & 0{,}00 & 3{,}86 & 2{,}66 \end{bmatrix}$$

y aplicamos el criterio del beneficio. La solución en este caso es la estrategia mixta que consiste en cultivar un 43 por 100 con Navarro 122, un 36 por 100 con Estrella, un 11 por 100 con J-1, un 10 por 100 con Aradi, y 0 por 100 de Aragón 03 y Canaleja.

Como puede observarse al comparar los resultados en *b*), *d*) y *e*), se ve que un comportamiento conservador será cultivar pre-

(12) Todos los cálculos se han realizado en el ordenador 1130 del Centro de Cálculo del I. N. I. A., a quien agradecemos su colaboración.

ponderantemente el Aragón 03 y el Estrella. Con el criterio un tanto arriesgado de Savage, los trigos más interesantes son el Aradi y el Estrella, y con el criterio intermedio de beneficio los más adecuados son el Navarro 122 y el Estrella.

A continuación pasamos a una interpretación más realista del problema, dentro de un marco monetario y no, como antes, en una economía de subsistencia, en que se tiene en cuenta la influencia indirecta del sector público a través de los precios fijos de compra del S. N. C. (13). Transformamos la matriz *A* en la «A», multiplicando los rendimientos de las variedades Aragón 03, Aradi y Canaleja por 666 pesetas, y los de las variedades Navarro 122, Estrella y J-1 por 631 pesetas, respectivamente. En consecuencia, la matriz «A» sería:

$$
«A» = \begin{bmatrix}
11.189 & 13.766 & 20.426 & 19.094 & 11.056 & 12.607 & 15.092 \\
10.256 & 14.652 & 19.980 & 19.534 & 10.656 & 11.102 & 19.534 \\
11.232 & 10.771 & 19.340 & 19.353 & 9.257 & 11.781 & 13.459 \\
11.106 & 13.043 & 22.716 & 19.340 & 11.819 & 9.257 & 14.298 \\
7.824 & 13.043 & 16.816 & 18.835 & 9.635 & 12.115 & 12.620 \\
10.789 & 11.189 & 20.426 & 18.648 & 7.592 & 12.341 & 15.092
\end{bmatrix}
$$

a la que aplicamos también los cinco criterios anteriores:

f) Con el criterio de Laplace, la elección más conveniente es cultivar la variedad Aradi.

g) Aplicando el criterio de Von Neumann se obtiene una estrategia mixta que consiste en cultivar el 84 por 100 de la superficie con Aragón 03, el 16 por 100 con Estrella, y el 0 por 100 con Navarro 122, Aradi, J-1 y Canaleja.

h) Con el criterio de Hurwicz, también aplicado para $\alpha = 0{,}2$, surge el Estrella como la mejor elección.

i) Siguiendo el criterio de Savage, una vez hallada la matriz

$$
«R» = \begin{bmatrix}
43 & 886 & 2.290 & 440 & 763 & 0 & 4.442 \\
976 & 0 & 2.736 & 0 & 1.163 & 1.505 & 0 \\
0 & 3.881 & 3.376 & 181 & 2.562 & 826 & 6.075 \\
126 & 1.609 & 0 & 194 & 0 & 3.350 & 5.236 \\
3.408 & 1.609 & 5.900 & 699 & 2.184 & 492 & 6.914 \\
443 & 3.463 & 2.290 & 886 & 4.227 & 266 & 4.442
\end{bmatrix}
$$

(13) Decretos y Circulares del Ministerio de Agricultura, S. N. C., Campaña 1968-69.

2

obtenemos la estrategia mixta: 62 por 100 de Aradi, 29 por 100 de Estrella, 9 por 100 de Aragón 03, y 0 por 100 de Navarro 122, J-1 y Canaleja.

j) Finalmente hallamos la matriz

$$
«B» = \begin{bmatrix}
3.365 & 2.995 & 3.610 & 446 & 3.464 & 3.350 & 2.472 \\
2.432 & 3.881 & 3.164 & 886 & 3.064 & 1.845 & 6.914 \\
3.408 & 0 & 2.524 & 705 & 1.665 & 2.524 & 839 \\
3.282 & 2.272 & 5.900 & 692 & 4.227 & 0 & 1.678 \\
0 & 2.272 & 0 & 187 & 2.403 & 2.858 & 0 \\
2.965 & 418 & 3.610 & 0 & 0 & 3.084 & 2.472
\end{bmatrix}
$$

y aplicamos el criterio del beneficio, siendo la solución en este caso la estrategia pura Aradi.

Se observa que la introducción de los precios, imprescindible si el agricultor actúa en una economía monetaria y no meramente en una agricultura de subsistencia, acentúa aún más la utilización del Aragón 03 con un comportamiento conservador, según se deduce en el caso *g)*. En cuanto al criterio arriesgado de Savage, la introducción de precios inclina a sembrar mayor cantidad de Aradi y algo menos de Estrella, en comparación a cuando se utilizaban rendimientos en peso. Por último, con el criterio del beneficio la variedad únicamente adecuada es el Aradi, caso *j)*, solución muy diferente de la estrategia mixta del caso *e)*.

En líneas generales, podría resumirse que el criterio de Von Neumann asegura una producción o un ingreso mínimos que, a un nivel de agricultura tradicional o en zonas subdesarrolladas, representan el camino a través del cual el agricultor asegura su supervivencia como «empresario agrario», en tanto que el criterio de Savage le proporciona la oportunidad de extraer partido de las producciones o ingresos máximos en circunstancias favorables.

El criterio del beneficio viene a ser un compromiso, frente a la aleatoriedad de la Naturaleza, entre el deseo del agricultor de maximizar la producción o el ingreso y el de asegurarse una producción o un ingreso mínimos.

En cuanto al criterio de Laplace, podría tener interés su utilización sistemática a largo plazo, por las ventajas propias de cualquier promedio y cuando se tiene escasa experiencia sobre la región.

Finalmente, el criterio de Hurwicz tiene el inconveniente de la subjetiva elección de α y el que sólo considera los valores extremos de las filas de las matrices A y «A», prescindiendo del resto de la información.

2. *Otras aplicaciones.*

El ámbito de los juegos contra la Naturaleza en la agricultura, para abordar los problemas de adopción de decisiones frente a la incertidumbre, es múltiple. Citaremos, a título de ejemplo, los siguientes:

- La elección conjunta, por parte de una agricultor, de la zona y actividad primordial dentro de una determinada región.
- La selección de actividades dentro de una explotación.
- El óptimo nivel de fertilización en diversos cultivos.
- Y el momento adecuado de venta de los productos agrícolas a lo largo del año.

RESUMEN

Ante los problemas con que se enfrentan los empresarios agrarios al adoptar sus decisiones frente a la incertidumbre, el autor presenta la teoría de los juegos contra la Naturaleza como un instrumento adecuado para resolver dichos problemas.

A continuación expone cuatro criterios convencionales —Laplace, Von Neumann, Hurwicz y Savage— que se han utilizado en los juegos contra la Naturaleza, y, finalmente, el criterio propuesto últimamente (1968) por Agrawal y Heady, al que denominan criterio del beneficio.

El autor indica que existen diversos métodos para resolver juegos rectangulares y presenta el método tradicional que se basa en la equivalencia formal del juego a un problema de programación lineal, método que tiene la ventaja de poderse resolver con los programas rutinarios establecidos para los ordenadores.

En cuanto a aplicaciones en la agricultura, se presentan diez decisiones que podría adoptar, según las circunstancias, la dirección de una empresa agraria situada en una zona de secano de Palencia y que dispusiese de una determinada información. Las decisiones tienen en cuenta los diversos fines que podría perseguir la dirección de dicha empresa al distribuir la superficie dedicada a trigo entre diferentes variedades.

Los fines oscilan entre perdurar como empresario agrario en una economía de subsistencia, hasta llegar a formar parte de los agricultores más progresivos en una economía monetaria, dependiendo esta oscilación del criterio elegido según la metodología expuesta de los juegos contra la Naturaleza.

Finalmente, se destacan, a título de ejemplo, otras interesantes aplicaciones de esta teoría en la agricultura, no sólo en el ámbito de la empresa agraria, sino también en el marco económico de una región.

RÉSUMÉ

Devant les problèmes qu'affrontent les exploitants agricoles qui doivent prendre leurs décisions face à l'incertitude de la situation, l'auteur présente la théorie des jeux contre la nature comme un instrument approprié pour résoudre ces problèmes.

Il expose ensuite quatre critères —ceux de Laplace, Von Neumann, Hurwicz et Savage— qui ont été utilisés dans les jeux contre la nature et finalement le critère proposé dernièrement (1968) par Agrawal et Heady qu'on appelle critère du bénéfice.

L'auteur indique qu'il existe plusieurs méthodes pour résoudre des jeux rectangulaires et présente la méthode traditionnelle qui est basée sur l'équivalence formelle du jeu et d'un problème de programmation linéaire, méthode qui offre l'avantage de pouvoir être résolue par les programmes de routine établis pour les ordinateurs.

Quant aux applications à l'agriculture, on présente dix décisions que pourrait adopter, suivant les circonstances, la direction d'une exploitation agricole située dans une zone de cultures non irriguées de Palencia qui disposerait d'une information déterminée. Les décisions tiennent compte des diverses fins que pourrait poursuivre la direction de cette exploitation en répartissant la superficie consacrée au blé entre différentes variétés de celui-ci.

Les buts oscillent entre le fait de durer comme exploitant agricole dans une économie de subsistance et celui d'arriver à faire partie des agriculteurs les plus progressifs dans une économie monétaire. Cette oscillation dépend du critère choisi selon la méthodologie des jeux contre la nature qu'on a exposée.

Enfin, on met en relief, à titre d'exemple, d'autres applications intéressantes de cette théorie à l'agriculture, non seulement dans le domaine de l'exploitation agricole mais aussi dans le cadre économique d'une région.

SUMMARY

In view of the problems with which farmers are confronted when adopting decisions in the face of uncertainty, the author presents the theory of games against Nature as an adequate instrument for solving these problems.

She goes on to discuss four conventional criteria —those of Laplace, Von Neumann, Hurwicz and Savage— which have been utilised in games against Nature, and finally the criterion proposed recently (1968) by Agrawal and Heady, which they call the criterion of benefit.

The author indicates that various methods exist for solving matrix games and presents the traditional method which is based on the formal equivalence of the game to a problem of linear programming, a method which has the advantage of being capable of solution with the routine programmes laid down for the computers.

With regard to applications in agriculture, ten decisions are presented which a farm situated in an unirrigated zone in Palencia, whilch had certain information at its disposal, might adopt according to the circumstances. The decisions take into account the different objectives which the management of this farm might follow when distributing the area devoted to wheat among different varieties.

The objectives vary between remaining as a farmer in a subsistence economy and forming part of the most progressive agriculturists in a monetary economy, this variation depending on the criterion chosen according to the methodology that has been described of games against Nature.

Finally, other interesting applications of this theory in agriculture are brought forward as examples, not only in the sphere of the farm but also within the economic framework of a region.