Bol. Serv. Plagas, 7: 107-114, 1981

Estimación paramétrica no lineal por mínimos cuadrados: aplicación al estudio de la mortalidad de huevos de *Ceratitis capitata* (Wied.) en disoluciones acuosas de electrolitos

M. MUÑIZ DAZA y A. GIL CRIADO

Mediante técnicas de corrección diferencial basadas en el método de mínimos cuadrados se han obtenido los parámetros de las funciones potencial y potencial-exponencial que relacionan la actividad media molal de diversos electrolitos en solución acuosa y la mortalidad de huevos de *Ceratitis capitata* (Wied.).

En términos estadísticos las mejores aproximaciones se han obtenido con la función potencial-exponencial.

Por otro lado, las soluciones basadas en las distribuciones logística y angular, no difirieron significativamente de la de «probits».

M. MUÑIZ DAZA. *Instituto Español de Entomología, C.S.I.C. (Madrid);* A. GIL CRIADO. *Centro de Cálculo Elctrónico, C.S.I.C. (Madrid).*

INTRODUCCION

En relación con el estudio de la influencia de factores físico-químicos en la eclosión de huevos de *Ceratitis capitata* (Wied.), se realizaron experimentos con diversos electrolitos en disolución acuosa, determinándose los parámetros t_1 y t_2 de la función.

$$p = t_1 a_m^{t_2}$$

que relaciona la actividad media molal a_m con la mortalidad p, expresada en «probits» (MUÑIZ, 1976). Posteriormente se realizaron nuevos experimentos, ampliándose la gama de electrolitos, con el fin de confirmar y generalizar aquella ley; en todos los casos se utilizó un único valor de la concentración molal, $m = 4$ (CAAMAÑO y MUÑIZ, 1978; GIL y MUÑIZ, 1979).

Sin embargo, aún no se había considerado la diferente proporción en que intervinieron los iones en la formulación de los compuestos químicos, lo que podría introducir una cierta aleatoriedad en el cálculo de las unidades de mortalidad.

Para evitarlo hemos distinguido dos leyes, una para cada tipo de electrolito, empleando diferentes valores de la concentración molal m, ya que ésta interviene en el cálculo de la actividad a_m de forma diferente según sea el tipo de electrolito utilizado. En consecuencia, para cada grupo de electrolitos, la expresión de la mortalidad p de huevos de *Ceratitis*, en función de la actividad molal a_m, diferirá de la obtenida en los trabajos citados anteriormente en la parametrización de la concentración molal m.

Además hemos contrastado la solución de dos parámetros con otra de tres.

$$p = t_1 a_m^{t_2} e^{t_3 a_m}$$

con lo que se han conseguido mejores aproximaciones.

En ambos casos hemos utilizado otras unidades de mortalidad, «logits» y «anglits», con objeto de ofrecer soluciones alternativas a la de «probits» (GIL y MUÑIZ, 1978).

METODOLOGIA

Los datos que han servido de base para obtener las ecuaciones de regresión de los cuados 1 y 2 corresponden a trabajos ya publicados (MUÑIZ, 1976; CAAMAÑO y MUÑIZ, 1978).

Con objeto de ampliar la gama de concentraciones molales hemos fijado, para cada electrolito, el valor de la dosis efectiva m (DL50) obtenida a partir de la ecuación de «probits». Unicamente se han exceptuado aquellos casos en que las dosis efectivas superaban a los límites de solubilidad (cuadro 1).

Para cada valor de la concentración molal m se han calculado las actividades de todos los compuestos, teniendo en cuenta sus coeficientes de actividad media $\gamma_\pm$, y utilizando las expresiones

$$a_m = \begin{cases} \gamma_\pm^2\ m^2 & \text{si el electrolito es del tipo 1:1} \\ 4\ \gamma_\pm^3\ m^3 & \text{si el electrolito es del tipo 1:2 (ó 2:1)} \\ 27\ \gamma_\pm^4\ m^4 & \text{si el electrolito es del tipo 3:1} \end{cases}$$

(ROBINSON y STOKES, 1949, 1955; STOKES, 1948).

A partir de estos valores de a_m, y mediante nuevos análisis de regresión (cuadro 2), se han calculado las mortalidades de huevos expresa-

Cuadro 1.—Mortalidad en huevos de *Ceratitis capitata* (Wied.) expresada en «probits» con diferentes electrolitos en solución acuosa. Y + A + BX, X = $\log_{10}$ m, siendo *m* la concentración molal. r = correlación entre «probits» observados y dosis logarítmicas; *significativo al 95%, **significativo al 99%; ***significativo al 99,9% (FISHER y YATES, 1963). G.L. = número de grados libertad. Los valores de *m* (DL50) superiores al límite solubilidad no aparecen en el cuadro.

Electrolito	Ecuación de regresión	r	G.L.	m (DL50)
Cl_3Al	Y = 4,1909 + 7,1458x	0,972**	4	1,2979
ClLi	Y = 3,8688 + 4,0059x	0,929***	6	1,9160
ClNa	Y = 0,5324 + 7,4122x	0,967***	5	4,0063
ClK	Y = 2,5788 + 3,8904x	0,915*	4	4,1914
Cl_2Ca	Y = 2,2390 + 7,7370x	0,945**	4	2,3693
Cl_2Mg	Y = 2,9678 + 6,8172x	0,890*	4	1,9866
NO_3Li	Y = 4,4494 + 2,8009x	0,765	4	1,5725
NO_3Na	Y = 2,7514 + 3,6010x	0,931***	6	4,2114
NO_3K	Y = 3,6145 + 0,4025x	0,706	3	—
$(NO_3)_2Ca$	Y = 3,5496 + 3,7347x	0,948**	4	2,4455
$(NO_3)_2Mg$	Y = 2,3078 + 8,2035x	0,915*	4	2,1290
SO_4Li_2	Y = 3,9628 + 2,6262x	0,895*	4	2,4827
SO_4Na_2	Y = 3,2832 + 1,0481x	0,914*	4	—
SO_4K_2	Y = 3,8961 + 0,3571x	0,943**	4	—
SO_4Mg	Y = 2,8649 + 0,9412x	0,825	3	—
AcNa	Y = 1,6406 + 5,6970x	0,945**	5	3,8876

Cuadro 2.—Mortalidad en huevos de *Ceratitis capitata* (Wied.) expresada en «probits» (P), «logits» (L) y «anglits» (A), con diferentes electrolitos en solución acuosa. $y = a + bx$, $x = \log_{10}$ am, siendo am la actividad media molal. r = correlación entre las unidades de mortalidad y las dosis logarítmicas. *significativo al 95%, ** significativo al 99%; ***significativo al 99,9% (Fisher y Yates, 1963). G.L. = número de grados de libertad.

	Ecuación de regresión	r	G.L.
	$ClLi$		
P	Y = 4,2851 + 1,3528x	0.967***	6
L	Y = 4,3228 + 1,2611x	0,950***	6
A	Y = 4,2710 + 1,4296x	0,982***	6
	$ClNa$		
P	Y = 2,4787 + 2,4984x	0,977***	5
L	Y = 2,5592 + 2,4143x	0,979***	5
A	Y = 2,5170 + 2,4648x	0,972***	5
	ClK		
P	Y = 3,5499 + 1,8893x	0,927**	4
L	Y = 3,6251 + 1,8227x	0,943**	4
A	Y = 3,5871 + 1,7070x	0,897*	4
	Cl_2Ca		
P	Y = 3,1984 + 0,9898x	0,982***	4
L	Y = 3,2810 + 0,9384x	0,986***	4
A	Y = 3,1197 + 1,0419x	0,973**	4
	Cl_2Mg		
P	Y = 3,5528 + 0,8699x	0,974***	4
L	Y = 3,6138 + 0,8334x	0,972**	4
A	Y = 3,5874 + 0,8234x	0,972**	4
	NO_3Li		
P	Y = 4,7221 + 1,1646x	0,945**	4
L	Y = 4,7261 + 1,0737x	0,940**	4
A	Y = 4,7283 + 1,2783x	0,951**	4
	NO_3Na		
P	Y = 3,9428 + 2,2910x	0,925***	6
L	Y = 4,0112 + 2,1324x	0,930***	6
A	Y = 3,8672 + 2,4793x	0,913**	6
	NO_3K		
P	Y = 3,8229 + 0,2786x	0,666	3
L	Y = 3,9098 + 0,3164x	0,656	3
A	Y = 3,7204 + 0,2148x	0,685	3
	$(NO_3)_2Ca$		
P	Y = 4,5556 + 0,9593x	0,979***	4
L	Y = 4,5645 + 0,9146x	0,980***	4
A	Y = 4,5854 + 0,9594x	0,975***	4
	$(NO_3)_2Mg$		
P	Y = 3,0991 + 1,4732x	0,995***	4
L	Y = 3,1451 + 1,4316x	0,995***	4
A	Y = 2,9877 + 1,5326x	0,980***	4
	SO_4Li_2		
P	Y = 4,9027 + 0,8714x	0,946**	4
L	Y = 4,9123 + 0,8357x	0,952**	4
A	Y = 4,8788 + 0,8397x	0,936**	4
	SO_4Na_2		
P	Y = 4,0178 + 0,4586x	0,901*	4
L	Y = 4,0976 + 0,4924x	0,882*	4
A	Y = 3,9139 + 0,3870x	0,929*	4
	SO_4K_2		
P	Y = 4,1496 + 0,1722x	0,963**	4
L	Y = 4,2575 + 0,1887x	0,961**	4
A	Y = 4,0017 + 0,1409x	0,966**	4
	SO_4Mg		
P	Y = 3,9195 + 0,3567x	0,809	3
L	Y = 4,0752 + 0,4418x	0,807	3
A	Y = 3,7238 + 0,2283x	0,811	3
	AcNa		
P	Y = 2,6651 + 1,7768x	0,969***	6
L	Y = 2,7986 + 1,6722x	0,977***	6
A	Y = 2,5811 + 1,8457x	0,955***	6

das en las unidades derivadas de las distribuciones normal, logística y angular.

Hay que hacer notar que entre los electrolitos ensayados sólo el cloruro de aluminio es del tipo 3:1, razón por la cual ha sido excluido del cálculo de aquellas unidades de mortalidad.

El cálculo más laborioso se ha efectuado con la computadora IBM 360/44 del C.S.I.C., ensayando distintos métodos de ajuste para aproximar la solución exacta de máxima verosimilitud en la relación dosis-respuesta. A tal efecto se han empleado los programas PROBIT-MV, LOGIT-MV y ANGLIT-MV como en trabajos anteriores (GIL y MUÑIZ, 1978; 1979).

Por último, hemos creído conveniente ensayar funciones de dos tipos, potencial ($y = t_1 x^{t_2}$) y potencial-exponencial ($y = t_1 x^{t_2} e^{t_3 x}$), para representar la relación entre la actividad media molal y la mortalidad, distinguiendo los siguientes grupos de electrolitos: el del tipo 1:1 constituido por ClLi, ClNa, ClK, NO_3Li, NO_3Na, NO_3K, SO_4Mg y AcNa, y el del tipo 1:2 (ó 2:1) constituido por Cl_2Ca, Cl_2Mg, $(NO_3)_2Ca$, $(NO_3)_2Mg$, SO_4Li_2, SO_4Na_2 y SO_4K_2.

Método general de estimación paramétrica no lineal

Ante todo supondremos que la mortalidad de huevos es un fenómeno que se representa según una relación funcional del tipo.

$$y = f(x;\ t_1,\ t_2, \ldots\ldots\ldots, t_m)$$

donde x es la actividad media molal y $t_1, t_2, \ldots, t_m$ son parámetros independientes y desconocidos. El problema consiste en estimar éstos a partir de un conjunto de pares observados.

$$(x_i,\ y_i)\ (i = 1,\ 2, \ldots\ldots, n)$$

y de valores iniciales de los parámetros

$$t_1^0,\ t_2^0, \ldots\ldots, t_m^0$$

obtenidos por un procedimiento que se indicará más adelante, y que han de estar suficientemente *próximos* a sus valores verdaderos para asegurar la convergencia del método.

En primer lugar sustituiremos la función f por su desarrollo lineal de Taylor

$$f(x;\ t_1,\ t_2, \ldots\ldots, t_m) \simeq f(x;\ t_1^0,\ t_2^0, \ldots\ldots, t_m^0) + \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial f^0}{\partial t_j} \delta t_j$$

donde

$$\delta t_j = t_j - t_j^0 \qquad (j = 1,\ 2, \ldots\ldots, m)$$

Sustituyendo x por el valor observado x_i, y restando y_i en ambos miembros se obtiene:

$$f(x_i;\ t_1,\ t_2, \ldots\ldots, t_m) - y_i = f(x_i;\ t_1^0,\ t_2^0, \ldots\ldots, t_m^0) - y_i + \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial f_i^0}{\partial t_j} \cdot \delta t_j$$

Los valores de δt_j ($j = 1,\ 2, \ldots\ldots, m$) se calculan haciendo mínima la suma cuadrática

$$Sc = \sum_{i=1}^{n} [f(x_i;\ t_1,\ t_2, \ldots\ldots, t_m) - y_i]^2 =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} [f(x_i;\ t_1^0,\ t_2^0, \ldots\ldots, t_m^0) - y_i + \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial f_i^0}{\partial t_j} \cdot \delta t_j]^2 =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} [-r_i + \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial f_i^0}{\partial t_j} \cdot \delta t_j]^2$$

con

$$r_i = y_i - f(x_i;\ t_1^0,\ t_2^0, \ldots\ldots, t_m^0),\ (i = 1,\ 2, \ldots\ldots, n)$$

Si ahora consideramos que Sc es una función dependiente de las variables δt_j, su valor mínimo se obtiene anulando las derivadas parciales respecto de δt_j; esto es

$$\frac{\partial Sc}{\partial (\delta t_j)} = 0\ (j = 1,\ 2, \ldots\ldots, m)$$

Si además suponemos

$$\frac{\partial}{\partial\,(\delta t_K)}\left[\sum_{j=1}^{m}\frac{\partial f_i^0}{\partial t_j}\,\delta t_j\right]=\frac{\partial f_i^0}{\partial t_K}\qquad (j,\ k=1,\ 2,\ldots\ldots,\ m)$$

resulta el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots\cdots & a_{1m}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots\cdots & a_{2m}\\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots\\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots\cdots & a_{mm}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\delta t_1\\ \delta t_2\\ \vdots\\ \delta t_m\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} b_1\\ b_2\\ \vdots\\ b_m\end{pmatrix}$$

donde

$$a_{jK}=a_{Kj}=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f_i^0}{\partial t_j}\right)\cdot\left(\frac{\partial f_i^0}{\partial t_K}\right)$$

$$;\ b_j=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f_i^0}{\partial t_j}\right)\cdot r_i$$

$$(j,\ K=1,\ 2,\ldots\ldots,\ m)$$

La solución del sistema de ecuaciones proporciona una primera aproximación de los parámetros:

$$t_j^{\prime}=t_j^0+\delta t_j\qquad (j=1,\ 2,\ldots\ldots,\ m)$$

Partiendo de estos valores y repitiendo el proceso se llega a una segunda aproximación

$$t_j^{\prime\prime}=t_j^{\prime}+\delta t_j\qquad (j=1,\ 2,\ldots\ldots,\ m)$$

Y así sucesivamente hasta conseguir que los δt_j sean, en valor absoluto, menores que un número positivo ε, elegido de antemano

$$|\delta t_j|<\varepsilon\qquad (j=1,\ 2,\ldots\ldots,\ m)$$

(MC. CALLA, 1967).

En todos nuestros cálculos han sido necesarios cinco iteraciones para determinar los parámetros con errores menores que $0.5.10^{-6}$.

Casos particulares

1. *Función potencial* (2 parámetros)

$$Y=t_1x^{t_2}$$

Las estimaciones iniciales de los parámetros se obtienen tomando logaritmos neperianos

$$\log y=\log t_1+t_2\log x$$

ajustando a continuación una recta al conjunto de pares

$$(\log x_i,\ \log y_i)\qquad (i=1,\ 2,\ldots\ldots,\ n)$$

2. *Función potencial-exponencial* (3 parámetros)

$$Y=t_1x^{t_2}e^{t_2x}$$

Los valores iniciales t_1^0, t_2^0 y t_3^0 se obtienen al tratar de minimizar la expresión

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i-t_1x_i^{t_2}e^{t_3\cdot x_i})^2,\ t_1\neq 0$$

En efecto, si en el desarrollo lineal de Taylor correspondiente a la función potencial-exponencial

$$t_1x^{t_2}e^{t_3x}\simeq t_1^0x^{t_2^0}e^{t_3^0x}\left(2-\frac{t_1^0}{t_1}+\log y-\log t_1^0-\right.$$
$$\left.-t_2^0\log x-t_3^0x\right)$$

se sustituyen t_1^0, t_2^0 y t_3^0 por t_1, t_2 y t_3, respectivamente, todo el problema se reduce a minimizar la suma cuadrática

$$Sq=\sum_{i=1}^{n}y_i^2\,(\log y_i-\log t_1-t_2\log x_i-t_3x_i)^2$$

y, por tanto, es necesario anular las derivadas parciales de Sq respecto de los parámetros

$$\frac{\partial Sq}{\partial t_j}=0\qquad (j=1,\ 2,\ 3)$$

Siguiendo la técnica de corrección diferencial anteriormente expuesta hemos elaborado el programa de cálculo PARAME II, escrito en lenguaje FORTRAN IV, que permite mejorar las estimaciones iniciales de los parámetros, cualquiera que sea la función ensayo.

Por otro lado, hemos comparado estas soluciones con las derivadas de la aplicacion del programa PARAME, basado en una técnica de corrección diferencial algo diferente:

Si en el desarrollo lineal de Taylor

$$f(x;\, t_1, t_2, \ldots\ldots, t_m) \simeq f(x;\, t_1^0, t_2^0, \ldots\ldots, t_m^0) + \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial f^0}{\partial t_j}\, \delta t_j$$

se sustituye x por el valor observado x_i y $f(x;\, t_1, t_2, \ldots\ldots, t_m)$ por y_i, se obtiene un sistema de n ecuaciones con m incógnitas

$$r_i = \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial f_i^0}{\partial t_j}\, \delta t_j$$

$$(i = 1, 2, \ldots\ldots, n)$$
$$(j = 1, 2, \ldots\ldots, m)$$

con

$$r_i = y_i - f(x_i;\, t_1^0, t_2^0, \ldots\ldots, t_m^0)$$

cuya representación matrical es

$$r = D \cdot \delta t$$

donde

$$r = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_n \end{pmatrix}, \quad \delta t = \begin{pmatrix} \delta t_1 \\ \delta t_2 \\ \vdots \\ \delta t_m \end{pmatrix}$$

y

$$D = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f_1^0}{\partial t_1}, & \dfrac{\partial f_1^0}{\partial t_2}, & \ldots, & \dfrac{\partial f_1^0}{\partial t_m} \\ \dfrac{\partial f_2^0}{\partial t_1}, & \dfrac{\partial f_2^0}{\partial t_2}, & \ldots, & \dfrac{\partial f_2^0}{\partial t_m} \\ \dfrac{\partial f_n^0}{\partial t_1}, & \dfrac{\partial f_n^0}{\partial t_2}, & \ldots, & \dfrac{\partial f_n^0}{\partial t_m} \end{pmatrix}$$

El sistema de ecuaciones no tiene, en general, solución en el vector δt. No obstante, se demuestra que la mejor estimación en el sentido de los mínimos cuadrados viene dada por

$$\delta t = D^+ r$$

donde D^+ es la matriz «generalizada inversa» de D (GREVILLE, 1959; GIL, 1968).

RESULTADOS Y DISCUSION

En los cuadros 3 y 4 se indican, para cada grupo de electrolitos, los parámetros que definen las relaciones entre la actividad media molal y la mortalidad en huevos de *Ceratitis*.

De la información del cuadro 3 se deduce que el ajuste relativo al análisis de «probits»

Cuadro 3.—Ajuste de la función potencial $y = t_1 x^{t_2}$ que relaciona la actividad media molal de electrolitos con la mortalidad de huevos de *Ceratitis capitata* (Wied.) expresada en «probits» (P), «logits» (L) y «anglits» (A). V_R = varianza residual. r = correlación. ***significativo al 99,9%.

	Parámetros estimados t_1	t_2	V_R	r
		Electolito del tipo 1:1		
P	4,0345	$0{,}9988 \cdot 10^{-1}$	0,4177	0,775***
L	4,0700	$0{,}9502 \cdot 10^{-1}$	0,3629	0,786***
A	4,0260	$0{,}1029 \cdot 10^{0}$	0,4611	0,766***
		Electrolito del tipo 1:2 (o 2:1)		
P	4,3728	$0{,}5776 \cdot 10^{-1}$	0,3127	0,912***
L	4,4073	$0{,}5531 \cdot 10^{-1}$	0,2965	0,909***
A	4,3384	$0{,}5790 \cdot 10^{-1}$	0,3642	0,900***

Cuadro 4.—Ajuste de la función potencial-exponencial $y = t_1x^{t_2}e^{t_3x}$ que relaciona la actividad media molal de electrolitos con la mortalidad de huevos de *Ceratitis capitata* (Wied.) expresada en «probits» (P), «logits» (L) y «anglits» (A). V_R = varianza residual. r = correlación. ***significativo al 99,9%.

	Parámetros estimados				
	t_1	t_2	t_3	V_R	r
		Electrolito del tipo 1:1			
P	3,9581	$0{,}6721.10^{-1}$	$0{,}6375.10^{-2}$	0,3705	0,805***
L	3,9984	$0{,}6697.10^{-1}$	$0{,}5643.10^{-2}$	0,3262	0,812***
A	3,9436	$0{,}6551.10^{-1}$	$0{,}7134.10^{-2}$	0,4406	0,801***
		Electrolito del tipo 1:2 (o 2:1)			
P	4,3460	$0{,}6279.10^{-1}$	$-0{,}1468.10^{-5}$	0,2974	0,918***
L	4,3836	$0{,}5989.10^{-1}$	$-0{,}1351.10^{-5}$	0,2844	0,914***
A	4,3015	$0{,}6490.10^{-1}$	$-0{,}2064.10^{-5}$	0,3325	0,910***

supone una mejora respecto al propuesto por GIL y MUÑIZ (1979). En efecto, basta comparar el coeficiente de correlación obtenido entonces (0,873 con 14 G.L.), con los de ahora (0,775 con 94 G.L. para electrolitos del tipo 1:1, y 0,912 con 82 G.L. para electrolitos del tipo 1:2 ó 2:1).

Atendiendo a la varianza residual

$$V_R = \frac{\min Sc}{n-m}$$

se llega a la misma conclusión, obteniéndose valores menores al separar los grupos de electrolitos, según la diferente proporción en que intervienen los iones en su formulación. Dichas varianzas residuales son 0,4177 y 0,3127 para los tipos 1:1 y 1:2 (ó 2:1), respectivamente, frente a 0,6786 cuando se considera un sólo grupo de electrolitos, del que también forma parte el cloruro de aluminio.

Por otro lado, en el cuadro 3 aparecen las soluciones basadas en las distribuciones logística y angular que, como puede apreciarse, son muy similares a la de «probits».

Cuando el ajuste se hace con la función potencial-exponencial (cuadro 4) y se comparan todas las soluciones con las correspondientes a las de la función potencial, se observan disminuciones sensibles en la varianza residual así como valores más altos del coeficiente de correlación.

CONCLUSIONES

1. Se confirma la existencia de una relación funcional del tipo $p = t_1a_m^{t_2}$ entre la actividad media molal y la mortalidad, expresada en «probits», de huevos de *Ceratitis capitata* (Wied.), sometidos a disoluciones acuosas de electrolitos.

2. La relación anterior es más precisa cuando se discrimina entre electrolitos del tipo 1:1 y electrolitos del tipo 1:2 (ó 2:1).

3. Se han conseguido mejores aproximaciones con la función potencial exponencial

$$p = t_1a_m^{t_2}\, e^{t_3a_m}$$

tanto en términos de la varianza residual como de la correlación entre «probits» observados y «probits» calculados.

4. El empleo de las unidades de probabilidad «logits» y «anglits» no modifica sensiblemente los resultados obtenidos con «probits».

Los autores agradecen a don Pelegrín Zorrilla Melendo su inestimable colaboración, tanto en la organización de ficheros como en la transcripción mecanográfica del texto.

ABSTRACT

MUÑIZ DAZA, M. y GIL CRIADO, A., 1981. Estimación paramétrica no lineal por mínimos cuadrados: aplicación al estudio de la mortalidad de huevos de *Ceratitis capitata* (Wied.) en disoluciones acuosas de electrolitos. *Bol. Serv. Plagas,* 7: 107-114.

We have obtained parametric estimates with potential and potential-exponential functions, relating the mean molal activity of different electrolytes in aqueous solution and mortality on eggs of *Ceratitis capitata* (Wied.). This has been accomplished by differential correction techniques based on least squares.

Statistically the best approximations have been found with the potential-exponential function.

On the other hand, the solutions based on the logistic and angular distributions were not significatively different in respect to that of «probits».

REFERENCIAS

CAAMAÑO, B.; MUÑIZ, M.; 1978: Relación entre mortalidad y actividad media molal de electrolitos en huevos *de Ceratitis capitata* (Wied.). *Graellsia* Madrid, XXXIV, 237-248.

FISHER, R. A.; YATES, F., 1963: *Tablas estadísticas para investigadores científicos,* 3.ª ed., Aguilar, S. A., Madrid.

GIL, A., 1968: Cálculo de la generalizada inversa de una matriz rectangular cualquiera. *Comunicación personal.*

GIL, A.; MUÑIZ, M.; 1978: Nuevas transformaciones en experimentos biológicos basadas en la respuesta cuantal. *Bol. Serv. Plagas,* 4, 89-229.

GIL, A.; MUÑIZ, M.; 1979: Introducción de la respuesta natural en el tratamiento estadístico del análisis cuantal. *An. INIA/Ser. Gen.,* **6**, 113-136.

GREVILLE, T. N. E.; 1959: The pseudoinverse of a rectangular or singular matrix and its application to the solution of systems of linear equations. *Siam Rev.,* 1 (1), 38-43.

MC. CALLA, T. R., 1967: *Introduction to numerical Methods and FORTRAN Programming.* John Wiley & Sons, Inc. NY, Chap. 7.

MUÑIZ, M.; 1976: *Influencia de factores físico-químicos en la eclosión de huevos de* Ceratitis capitata *Wied.* (Diptera: Trypetidae). Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid.

ROBINSON, R. A.; STOKES, R. H.; 1949: Tables of osmotic and activity coefficients of electrolytes in aqueous solution at 25° C. *Trans. Faraday Soc.,* **45**, 612-24.

ROBINSON, R. A.; STOKES, R. H.; 1955: *Electrolyte Solutions.* Butter worths scientific. London, 449-89.

STOKES, R. H.; 1948: A thermodynamic study of bivalent metal halides aqueous solution. Part. XVII. Revision of data for all 2:1 electrolytes at 25° C and discussion of results. *Trans. Faraday Soc.,* 44, 259-307.