

---

---

*J. M. Boussard*

---

*Estudios de programación  
lineal aplicada al sector  
agrario en países  
no socialistas: una revisión*

Aunque el algoritmo del simplex fue descubierto por Monge (1) a finales del siglo XVIII, el inicio de su aplicación práctica se produce, de una forma separada, en los Estados Unidos y en la URSS durante la década de los cuarenta (2). Dicho desarrollo se debe, en buena parte, a la generalización durante ese período del uso del ordenador, que permitió obviar las dificultades de cálculo derivadas de la gran cantidad de operaciones exigidas, desarrollándose

---

(1) El bosquejo histórico de la aparición de este método se debe a Guilbaud (1959) y Simmonard (1962). El último trabajo sobre el tema y su reedición (Simmonard y Choutet, 1973) es un tratado matemático completo de todas las técnicas relacionadas con el método del simplex.

(2) Los autores que más han tratado el tema son Dantzig, Koopmans e Hitchcock en Estados Unidos y Kantorovich en la URSS. El trabajo más importante realizado en la Unión Soviética se puede encontrar en Kantorovich (1942) y constituye la primera solución del problema del transporte. El estudio equivalente en USA fue realizado por Dantzig y puede encontrarse en Koopmans (1951, págs. 339-347); está considerado como la primera formulación completa de un modelo general de programación lineal y de su solución.

---

---

así el aparato matemático conocido como «Programación Lineal» y posteriormente abreviado con las siglas P. L. (3).

Los autores del método, que eran perfectamente conscientes de sus posibilidades aplicativas, tenían una cierta tendencia a subestimar las dificultades que comportaba, ya que, si bien el desarrollo de la capacidad de cálculo mediante ordenadores demostró que problemas prácticamente insolubles pocos años antes —como, por ejemplo, la inversión de una matriz de mil por mil sin pérdida significativa de exactitud— se habían convertido en meras cuestiones rutinarias en los primeros años de la década de los sesenta, el mayor problema surgió desde un punto de vista económico, debido a la excesiva simplificación que implica reducir un fenómeno económico a la maximización de una función lineal sujeta a una serie de restricciones también lineales.

Aun hoy no se puede decir que el ensamblaje entre el instrumental matemático y la teoría económica esté totalmente consolidado: con demasiada frecuencia se elaboran estudios basados en la programación lineal con un muy bajo nivel científico en cuanto a su contenido teórico o, por el contrario, se pierde la ocasión de dar un paso adelante en el análisis económico, complementándolo con un análisis empírico.

El propósito del presente trabajo es describir de algún modo las dificultades existentes, al menos en el campo de la Economía Agraria en los países occidentales, y poner en evidencia cómo se han puesto a punto y mejorado progresivamente, a partir de la teoría económica preexistente, un conjunto de modelos que cumplen los requisitos básicos de la técnica que estudiamos. Esperamos contribuir con ello a que surjan nuevos temas de estudio que inviten a ulteriores investigaciones.

El esquema básico seguido en este análisis ha sido fundamentalmente de naturaleza histórica, ciñendo nuestro

---

(3) Pueden encontrarse descripciones muy asequibles del método del *simplex*, utilizando ejemplos del sector agrario en Heady y Candler (1958) y en Beneke y Winterboer (1973). Además, este último trabajo contiene comentarios muy útiles sobre la utilización de rutinas IBM y MPS.

---

campo de observación a los países no socialistas, dado que en una estructura socialista la escasa importancia que adquiere el sistema de precios y las especiales características del proceso burocrático de toma de decisiones comportan que la utilización de la programación lineal sea algo bastante diferente y con dificultades específicas que no vamos a tratar aquí.

## **I. LOS PRIMEROS INTENTOS DE APLICACION DE METODOS DE PROGRAMACION LINEAL A LA AGRICULTURA Y EL PROBLEMA DE LA EXPLICACION DE LAS RESTRICCIONES TECNICAS**

El primer intento de aplicación de la programación lineal a estudios relacionados con la agricultura se debe a Jerome Cornfield (4) y data de 1941: en él se formulaba el problema de la dieta, es decir, se trataba de encontrar la forma de satisfacer standards de dieta con un coste mínimo. Sin embargo, tanto este problema como el de la alimentación del ganado —estudiado por Waugh en 1951— quedan fuera del propósito de este artículo, que trata el tema de la utilización de la programación lineal en el análisis económico del sector agrario. En este sentido, la primera aportación concreta es el trabajo de Hildreth-Reiter, «Choice of a crop rotation plan», recogido por Koopmans (1951, páginas 177-188). En este conocido libro, el artículo de Hildreth y Reiter ocupa la primera parte dentro del apartado correspondiente a los análisis empíricos. Sin embargo, es un trabajo básicamente teórico, que no presenta ningún resultado empírico: en aquella época el principal problema a resolver era cómo explicitar las restricciones técnicas de la producción agraria en términos de desigualdades lineales. Este fue el principal empeño de los primeros investigadores que trataron de aplicar los métodos de programación lineal en la agricultura.

En esta línea se han, publicado una enorme cantidad de

---

(4) Citado por Day y Sparling (1973) y por Dorfman, Samuelson y Solow (1958, pág. 9).

---

---

artículos —quizá aún más en Europa que en los Estados Unidos—, siendo, por tanto, imposible su enumeración exhaustiva. Solamente, a título de ejemplo, podrían citarse los siguientes:

I. La introducción del concepto de «bloque» de trabajo, debido a Kreher (1955), para expresar las restricciones del factor trabajo, así como las limitaciones impuestas por los elementos meteorológicos.

II. El estudio de los problemas combinatorios que surgen con las restricciones de rotación, es decir, restricciones ligadas al hecho de que algunos cultivos no pueden desarrollarse en un suelo que previamente hubiera sido destinado a otro tipo determinado de cultivo.

III. La demostración de la equivalencia matemática, bajo ciertas condiciones, de tener muchas restricciones y pocas actividades, o muchas actividades y pocas restricciones. (Desport, Tirel, Vercueil, 1965) (5).

IV. Los intentos de tomar en consideración el hecho de que, con frecuencia, tanto los coeficientes *input-output* como los componentes del vector de la derecha dependen de las condiciones meteorológicas. Algunas de estas contribuciones se deben a Heady y Candler (1958). Otros ejemplos pueden ser Renborg (1963), Lefort-Sebilotte (1964), Donaldson (1968), etc. (6).

---

(5) El problema se plantea al enfrentarnos con restricciones rotacionales o con restricciones referentes a la alimentación del ganado. Se puede imaginar, por ejemplo, una matriz con un gran número de actividades complejas, cada una de ellas rotando a lo largo de varios años; o una matriz con muchas actividades ganaderas, en cada una de las cuales se define el tipo de ganado y el plan de alimentación. En ambos casos el problema puede formularse de forma (casi) equivalente, construyendo una matriz con pocos cultivos o tipos de ganado y muchas restricciones de rotación o de alimentación. La equivalencia es total siempre que en la formulación de todas las actividades queden incluidas todas las restricciones. Naturalmente, en la práctica, las dos formulaciones sólo son equivalentes en forma aproximada.

(6) Resolver estos problemas implica generalmente recurrir a técnicas del tipo de la «programación lineal estocástica» (Babbar, Tintner y Heady, 1965), o como la «programación restringida de la oportunidad» (Charnes y Cooper, 1959). A menudo se utilizan «reglas de decisión» o «funciones de decisión» como las definidas por Radner (1959) o por McGuire y Radner (1972); en vez de formular un único plan a realizar cualesquiera que sean las circunstancias, la solución óptima es un conjunto de planes alternativos, cada uno de los cuales es el óptimo realizable si se produce una de las varias situaciones

---

En este sentido se han publicado infinidad de artículos, en muchos casos no faltos de interés, pero generalmente en revistas de investigación de escasa difusión, lo que evidentemente dificulta su localización. Existen, a nuestro modo de ver, dos razones que justifican esta forma casi «clandestina» de publicación: la primera es que las aportaciones en este campo no suelen ser susceptibles de generalización, lo que implica que el interés del investigador se centra más en la correcta construcción de la matriz que en el estudio de la literatura existente para buscar submatrices previamente construidas. Existe también una razón de mucha más entidad, y es que estos problemas no son en absoluto los problemas más importantes que plantea la aplicación de los métodos de programación lineal a investigaciones económicas empíricas.

Más adelante se verá que las principales dificultades a resolver no son de carácter técnico, excepto en lo que se refiere a la limitación quizá más obvia de la programación lineal: su linealidad. En este sentido es de destacar que esta limitación no implica que el análisis deba reducirse forzosamente a funciones lineales en su sentido más estricto, ya que, como señala Koopmans (1951) en su introducción, el único requisito que se impone a la función de producción es que sea homogénea de grado uno.

También son de señalar las dificultades que surgen por la indivisibilidad de los factores: se ha argumentado, con razón, la imposibilidad de, por ejemplo, contratar una fracción de trabajador o comprar parte de una vaca, también de vender o comprar pequeñas cantidades de productos o materias primas a precios remuneradores... Aun con restricciones de rotación, pueden presentarse problemas de indivisibilidad como los demostrados, por ejemplo, por Richard y Musgrave (1965).

La solución matemática de estas dificultades la proporciona la «programación entera». Gomory (1958) y otros

---

posibles y mutuamente excluyentes. Estos modelos, en tanto que tratan de maximizar la renta media, aunque consideren el factor de incertidumbre, no pueden ser clasificados como modelos de «riesgo e incertidumbre», ya que estos últimos se centran en el equilibrio entre riesgo y renta media. Más adelante veremos esto con más detalle.

---

desarrollaron, diez o quince años después de aplicarse el algoritmo del simplex, algunos algoritmos para resolver problemas de programación lineal discretos, demostrando ser los más efectivos los del tipo *branch and bound* (7). La principal ventaja, quizá, que presentaban se debía a que su coste era de dos a diez veces superior que el de los algoritmos clásicos del simplex. Este grave inconveniente resalta aún más si se tiene en cuenta que el coste del algoritmo del simplex era ya un factor limitante en gran número de aplicaciones. En consecuencia, las aportaciones en este campo han sido bastante escasas, siendo una notable excepción la ofrecida por Barry (1962), que demuestra que la indivisibilidad de las parcelas de tierra no altera de modo sustancial la tasa de crecimiento de las explotaciones tipo.

## II. LA APARICION DE PROBLEMAS NO TECNICOS

La utilidad de la programación lineal se ha supervalorado de un modo absolutamente desproporcionado, supervaloración en no pocos casos fomentada por los vendedores de ordenadores, que han ejercido una continua presión sobre la opinión pública, sin establecer una clara distinción entre utilizar un ordenador, utilizar un sistema de programación lineal y utilizar el análisis económico. Pero incluso personas bien informadas afirmaban que la programación lineal aplicada en el campo de la economía de la empresa conseguiría aumentar de un modo notable la eficiencia de la explotación; también, que aplicada en el ámbito de la política agraria, lograría establecer planes racionales «óptimos». Evidentemente, estas esperanzas no se vieron confirmadas.

Desde el punto de vista de la economía de la empresa agraria, los resultados de las primeras aplicaciones fueron francamente alentadores al obtenerse en la función económica beneficios notablemente superiores a los asociados con los planes reales elaborados por los agricultores. El inconveniente más grave residía en la dificultad de su apli-

---

(7) Geoffrion y Marsten (1972) publicaron recientemente un estudio completo de estos métodos.

---

---

cación como consecuencia de la incapacidad de sus autores de definir correctamente las restricciones técnicas. Estas dificultades, de las que se era perfectamente consciente, parecían indicar que se estaba muy al comienzo del camino a seguir.

Sorprendentemente, a medida que aumentaba la capacidad para definir las restricciones técnicas y, como consecuencia, el grado de aplicabilidad de los programas, la diferencia entre los valores resultantes de la función económica de la programación lineal y los beneficios del agricultor se iba estrechando. Finalmente, quedó claro (8) que, salvo en unos pocos casos, el aumento de los beneficios derivado de poner en acción planes obtenidos por programación lineal nunca pasaba de un pequeño porcentaje y que, la mayoría de las veces, este porcentaje no compensaba los costes de procesamiento.

Sin embargo, aplicado a nivel nacional, el coste de resolver una programación lineal no parecía constituir un obstáculo, puesto que, cuando nos referimos a medidas de política agraria, el beneficio derivado de un pequeño aumento porcentual sobre el Producto Agrario Bruto excede evidentemente de una manera amplia cualquier coste de operación.

Bajo este razonamiento se justificaban totalmente las primeras aportaciones del profesor Heady sobre estudios interregionales (9). Recordemos brevemente las bases del método: para determinar un esquema óptimo de producción agrícola y ganadera en todo el país se definen una serie de actividades cuyos elementos son «cultivo i, producido en la

---

(8) Tongate (1969) describe los primeros trabajos sobre gestión de la empresa agraria y, especialmente, el fracaso de la empresa consultora Doane, que fue la primera firma comercial que aplicó la programación lineal a explotaciones individuales y que se vio forzada a suspender sus actividades después de aplicar la técnica a un pequeño número de empresas.

(9) Una bibliografía exhaustiva ocuparía demasiado espacio. Basten aquí varios de los más conocidos trabajos: Heady y Carter (1959), a y b); Heady y Randawa (1966); Heady y Egbert (1963, en francés); Takayama y Judge (1964, b). La formulación del aspecto económico fue emprendida por Fox (1953) siguiendo algunas indicaciones de Samuelson (1952). Sin embargo, Fox no llegó a utilizar la programación lineal. Por tanto, su estudio queda, al menos formalmente, fuera del ámbito de este trabajo.

---

---

región  $j$  con la técnica  $k$ », pudiéndose introducir en el modelo actividades de transporte para acercar los productos bien a los mercados de consumo interior, bien a los puntos de exportación. También puede aparecer en la matriz el procesamiento de productos semielaborados por las industrias agro-alimentarias. Aún más: es posible enriquecer el modelo con una dimensión temporal, tal como sugieren Takayama y Judge (1964, c). En general, el análisis abarca todo el sector agrario de un país, pero a veces únicamente se optimiza algún subsector en concreto, como, por ejemplo, en los trabajos de King y Schrader (1963) o Judge, Havlicek y Ricek (1965). También se ha realizado algún intento de aplicar el método al comercio internacional de bienes agrícolas (Bawden, 1966).

La mayor dificultad que comporta este enfoque se refiere a la función económica a optimizar: desde el punto de vista del interés nacional parece lógico que, en un principio, la función a minimizar sea la de los costes de alimentación de la población, pero, en base a este criterio, las soluciones obtenidas suelen ser «políticamente inaceptables». Como criterios alternativos a éste, aquel que parece haber resultado más aceptable es el de maximizar los beneficios del agricultor con una restricción adicional que evite sobreproducciones excesivas; este último aspecto puede ser ampliado con curvas de demanda del producto lineales, en vez de fijar el nivel de producción máxima mediante restricciones, resultando así que la función económica es una forma cuadrática (Yaron, 1963; Hall, Plessner y Heady, 1968; Weindlmaier, 1973). Si no se toman en consideración las elasticidades cruzadas de demanda no surge ningún problema, puesto que la función económica sigue siendo separable y, por tanto, es aplicable al algoritmo del simplex ligeramente modificado. Las dificultades surgen cuando se trata de una función económica completamente cuadrática.

En principio, maximizar una función cuadrática cóncava en vez de una función lineal no constituye una dificultad adicional, ya que existen muchas rutinas capaces de realizarlo. Pero hay que considerar una importante dificultad teórica que, a su vez, puede llegar a ser práctica: maximizar el beneficio total del agricultor, con unas funciones de de-

---



---

manda del producto dadas, obviamente no conduce a un equilibrio en competencia perfecta, sino a un equilibrio bajo una situación de monopolio. Takayama y Judge (1964, a) sostienen que este problema puede evitarse siguiendo la idea de Samuelson (1952) de maximizar la suma conjunta de la renta del productor y la del consumidor.

Sin embargo, Yaron, Plessner y Heady (1965) señalaron que, en ese caso, la función económica puede tener varios máximos relativos, caso de no cumplirse ciertas condiciones de integrabilidad, y puesto que estas condiciones no suelen verificarse, resulta que en el modelo se introducen ciertas dificultades adicionales de cálculo que obligan al uso de una rutina de programación cuadrática entera, en el caso de querer incluir, como ya se ha dicho, las elasticidades cruzadas de demanda.

En esta línea y sin profundizar, por lo general, en las condiciones de la función económica, gran número de investigadores han seguido los pasos de Heady, habiéndose publicado bastante sobre el tema: así, por ejemplo, en Suiza (Onigkeit, 1965; Borlin, 1966); Suecia (Birowo y Renborg, 1965; Langvatn, 1963); Francia (Desport, Tirel, Vercueil, 1965; Farhi y Vercueil, 1969); Alemania (Weischenck y Henrischmeyer, 1966); Inglaterra (Bishay, 1971); Australia (Kennedy, 1974); Túnez (Chabert, 1971); India (Pant y Takayama, 1972); Méjico (Duloy y Norton, 1972), etc.

Algunos de estos modelos nunca llegaron a construirse, otros fueron abandonados tras algunas pruebas, pero algunos todavía siguen en funcionamiento (10). Todos ellos han sido objeto de fuertes críticas, ya que no fueron capaces de superar una serie de dificultades, de entre las cuales la más obvia es la falta de datos. Pero como señala Plaxico (1961): «Prácticamente sin excepciones, todos los economistas que realizan estudios empíricos se quejan de la ausencia de datos fiables, de la falta de tiempo y de las pocas facilidades de cálculo existentes. No obstante, parecería lógico pensar

---

(10) El modelo ideado por Heady ha vuelto a utilizarse recientemente por Dixon, Dixon y Miranowski (1973) para analizar cómo con una relocalización de cultivos es posible dejar de utilizar productos insecticidas sin que el consumidor americano sufra pérdidas significativas.

---

que antes de especificar la naturaleza de los datos necesarios para la programación deberían resolverse problemas conceptuales de gran importancia. Yo me atrevería a opinar que la solución no radica en matrices de mayores dimensiones o en ordenadores con más capacidad». Evidentemente, la crítica resulta excesiva, ya que aun con problemas perfectamente especificados desde el punto de vista conceptual, las dificultades de manejo de datos y las limitaciones derivadas de la capacidad del ordenador pueden constituir un grave obstáculo, por lo que la aparición de ordenadores mayores y más eficientes significa un evidente paso adelante.

Por otra parte, aunque como veremos, muchas de las mejoras en el campo se deben al desarrollo de aparatos analíticos, también es cierto que deben resolverse importantes problemas conceptuales, casi todos ellos englobables en la siguiente pregunta: ¿El análisis es normativo o descriptivo?

La distinción entre economía positiva y economía normativa data de antiguo y fue establecida por primera vez por J. N. Keynes (1890, pág. 34): «Una ciencia positiva puede ser definida como un cuerpo de conocimientos sistematizados sobre lo que es. Una ciencia normativa o regulativa es un cuerpo de conocimientos sistematizados referentes a los criterios sobre lo que debe ser y que, por tanto, se refiere a lo ideal como distinto de lo real». Así, la distinción entre estudios normativos y descriptivos reside más en la intención del autor que en los instrumentos que éste emplee. En particular, un programa de optimización puede utilizarse para describir el comportamiento de un sistema económico, siempre que este sistema intente optimizar algo. Por tanto, la programación lineal puede utilizarse en ambos casos.

Naturalmente, la programación lineal se utiliza en forma normativa cuando la función objetiva es «minimizar el coste de alimentación de un país», ya que en este caso la intención de dictar normas políticas aplicables es evidente (Heady, Brokken, 1968; Dixon, Miranovski, 1973). Pero en este caso, y aunque los autores no suelen señalarlo, se comprueba que, por lo general, la primera solución obteni-

---

---

da difiere tanto del esquema real de producción, que resulta inaceptable. Esto obliga a realizar «modificaciones» en el modelo que suelen consistir en añadir un número suficiente de restricciones de «comportamiento» que fuercen a que la solución sea una «pequeña mejora» sobre la situación real. Como consecuencia, estos modelos pierden credibilidad, a la par que no aportan soluciones netas a los problemas planteados. Por otra parte, es de señalar la imposibilidad de forzar a las unidades individuales de producción (agricultores e industrias de transformación) de un país con economía de mercado a adaptarse al plan óptimo global obtenido.

Haasler (1964) avanzó las conclusiones que se derivan de este razonamiento: «Casi todos los estudios elaborados sostienen que la agricultura en los Estados Unidos está racionalmente orientada desde el punto de vista espacial y realiza la función de distribución de mercado de forma bastante eficiente; sin embargo..., deberían servir para indicar las distorsiones de mercado y evaluar su magnitud y sus causas, ya que si no no proporcionan una base operativa para la solución de los problemas que pudieran surgir. Mientras tanto, su valor queda limitado casi completamente a su potencial utilización en programas estatales para el control directo de las empresas».

Ya que no normativos, ¿pueden ser estos modelos descriptivos? Los intentos de obtener a partir de ellos proposiciones de equilibrio general, utilizando el criterio de Samuelson, se orientan en ese sentido. Pero la característica de un modelo descriptivo es su capacidad de contrastación con la realidad, habiéndose realizado escasos estudios con el suficiente rigor científico sobre este punto. Quizá, uno de los mejores fue el publicado por Yaron (1963), en el que se realizaba un plan a nivel regional utilizando programación cuadrática (por tanto, con curvas de demanda) y se demostraba que la solución óptima era muy similar a la producción real observada. (11)

---

(11) Compendiado en la siguiente tabla:  
Comparación entre los resultados de un análisis de programación de un plan regional y la composición real de la producción en 1960:

---

Pero en otro orden de cosas se plantea una difícil cuestión: Porque la incorporación de la curva de demanda, en vez de limitarse a maximizar con los precios corrientes, ¿mejora por sí misma el poder descriptivo del modelo? La única contestación posible sería que cada agricultor tiene alguna idea tanto sobre la forma de la curva de oferta como de la de la demanda. Evidentemente, esta hipótesis es bastante restrictiva. También, los precios de equilibrio obtenidos a partir de las estimaciones son necesariamente diferentes de los reales, ya que de otra forma la maximización del beneficio del agricultor, dados los precios corrientes, habría sido suficiente para obtener el mismo nivel de actividad que la producción real. Así, unos precios distintos a su valor real hacen que la solución sea mejor en el sentido de que resulta más realista. Una posible interpretación de esta paradoja, sugerida por Boussard (1970, pág. 118), podría ser que factores que limitan la producción en las actividades más rentables no hayan podido ser incluidos como restricciones dentro de la matriz. Si se hubieran tenido en cuenta, estas restricciones habrían reducido la rentabilidad de esas actividades de forma similar a la limitación impuesta por la curva de demanda al nivel de precios. Por tanto, el «aceptable poder descriptivo» de la programación cuadrática es un «artificio» y debe ser atribuido a restricciones todavía no identificadas.

Las implicaciones de estas puntualizaciones son dobles: la primera es que no es fácil evaluar el poder descriptivo de un modelo que, como los modelos de programación, consta por lo general de varios cientos de variables endógenas que, además, están fuertemente interrelacionadas. Que el valor estimado de alguna de estas variables se aproxime mucho a

	<i>Unidad</i>	<i>Modelo</i>	<i>Producción real</i>
Remolacha	Miles de dumams	38,00	38,00
Cultivos de verano en regadío	"	180,00	166,50
Algodón	"	180,00	98,00
Cacahuetes	"	0,00	51,00
Grano de verano	"	0,00	17,50
Hortalizas	Miles de Tm	226,50	193,00
Patatas	"	67,00	79,70

Un duman equivale, aproximadamente, a un cuarto de acre.

---

su valor real puede carecer de significado si el resto de las variables no están bien descritas. En segundo lugar, queda patente la necesidad de continuar en una línea de investigación que permita una mejor identificación de estas restricciones no conocidas. En este sentido, los modelos de la segunda generación pueden aportar algunas soluciones al respecto.

Sin embargo, antes de examinar estos últimos modelos, debemos señalar una última dificultad de importancia que ha sido advertida desde hace tiempo, pero que aun hoy no puede considerarse resuelta: tanto a nivel de empresa como a nivel nacional, incluso en los modelos más elementales, es necesaria la inclusión de una restricción referente al factor tierra y otra referente al factor trabajo, pero, naturalmente, es posible aumentar el número de restricciones mediante la introducción de varias calidades de suelo o estableciendo un equilibrio entre la oferta y la demanda de trabajo en algunos períodos del año. Aun más, a nivel nacional, es posible incluir un conjunto de restricciones de compensación (*clearing*) de capital y mercado. Pues bien, ¿cómo puede elegirse entre estas distintas formulaciones? Esta es una primera manifestación de lo que más tarde llamaremos el problema de la agregación. Realmente muy pocos autores han estudiado de un modo sistemático la influencia de un alto nivel de desagregación sobre la exactitud y fiabilidad de los resultados. Solamente los economistas generalistas, al encontrarse con el mismo tipo de problemas en las tablas *input-output* de Leontieff han intentado derivar algunas reglas de conducta para enfrentarse a ellos (12).

Pero las tablas de Leontieff son un caso muy especial del análisis *input-output*: dado que la matriz es cuadrada, resulta mucho más fácil deducir teoremas sobre cómo combinar filas o columnas en una sola; el caso general —una matriz rectangular— constituye un problema mucho más complejo. Aunque se trata sobre el tema en cualquier estu-

---

(12) Estudios de carácter general en este campo pueden encontrarse en Barna (1954), especialmente el realizado por Malinvaud y Barna. Otros trabajos son Ara (1959), Morishima y Seton (1962), Theil (1957). Existen trabajos sobre este tema realizados en países de Europa oriental, tales como Kossov (1963).

---

---

dio serio, hoy resulta difícil decir sobre esta cuestión algo más que resaltar la conveniencia de investigaciones empíricas rigurosas. Debemos añadir que la principal razón para que no se hayan realizado tales investigaciones es muy posiblemente la gran cantidad de operaciones de cálculo necesarias. Quizá la utilización de generadores de matrices pudiera animar a los estudiosos a penetrar en este campo de investigación.

### **III. ALGUNAS NOTAS SOBRE LA DESCRIPCION DEL COMPORTAMIENTO INDIVIDUAL**

Como se ha visto en páginas anteriores, tanto a nivel de empresa agraria como a nivel de política general la utilidad de la programación lineal es bastante escasa dado que los resultados obtenidos son bien inaplicables, bien excesivamente parecidos a los realmente elaborados por las unidades de decisión, utilizando métodos convencionales. Pero este inconveniente puede convertirse en ventaja si el método se utiliza como mecanismo descriptivo.

El uso de un instrumento normativo con fines descriptivos no es nuevo en economía: así, las proposiciones básicas de la teoría del equilibrio general siguen esta línea. También, en economía agraria, Mighel y Black (1951) y posteriormente otros autores han señalado la posibilidad de utilizar la programación lineal con fines descriptivos. La no utilización de esta potencialidad de la programación lineal en sus primeras aplicaciones podría explicarse por el hecho de que los primeros estudiosos del método eran matemáticos e ingenieros, fundamentalmente interesados en cuestiones normativas. Pero poco más tarde se interesan por este tipo de análisis estudiosos cuyos trabajos son de gran interés.

El principal problema para dotar de una dimensión descriptiva a la programación lineal fue la enorme discrepancia que existía entre la actuación real de los agricultores y la solución de los primeros modelos definidos. Para soslayar esta dificultad se arbitraron dos vías: una que consistía en refinar la descripción de las restricciones con las que se enfrentaban los agricultores. Algunas de estas restricciones

---

---

tenían un carácter exclusivamente técnico, y ya se ha visto que el perfeccionamiento del proceso de explicitación de estas restricciones técnicas ha aportado a la programación lineal soluciones mucho más aproximadas a la realidad. Otras, que eran de carácter socioeconómico, obligan para su correcta explicitación a un conocimiento profundo del proceso de toma de decisiones del agricultor.

La segunda vía trataba de soslayar las dificultades agrupando todas las restricciones desconocidas en un conjunto de restricciones compuestas, llamadas «restricciones de flexibilidad» (*flexibility constraints*). Este enfoque, que inicialmente resultó ser mucho menos satisfactorio, ha abierto un camino de investigación para trabajos que no podrían haber sido emprendidos con el primero y cuyos resultados han proporcionado la infraestructura necesaria para poder utilizar con posterioridad el primer enfoque.

Entre los primeros trabajos sobre lo que hemos llamado el primer enfoque merece una atención especial el «Inters-tate Management Survey» (Johnson y otros, 1961). Esta recopilación de la opinión de 1.075 agricultores del medio oeste de los Estados Unidos, iniciada en 1951, tenía como objeto investigar el proceso de toma de decisiones de los agricultores. A pesar de las muchas deficiencias existentes en la formulación de las preguntas (exceso de preguntas directas que provocan respuestas poco matizadas y de difícil interpretación, a la vez que escasez de preguntas referentes a la formación de expectativas), este estudio permitió la clarificación de alguna de las relaciones entre riesgo y proceso de toma de decisiones del agricultor. También es de señalar el elevado nivel científico del trabajo, que constituye una cota en la aplicación a los problemas agrarios de la teoría de la decisión.

Simultáneamente se empieza a introducir el riesgo en los modelos de programación lineal, siendo el más importante de ellos el llevado a cabo por Freund (1956), cuyo enfoque, basado en Markowitz (1952), es muy conocido en la actualidad: en él se define una función de utilidad  $U$ , como  $U = z - A z^2$ , donde  $z$  es la renta corriente, cuya media es  $z$  y cuya desviación típica es  $\sigma_z$ , y  $A$  es un coeficiente arbitra-

---

rio que expresa la aversión al riesgo. La idea original era que introduciendo este esquema en el modelo de una explotación típica de Carolina del Norte, el plan óptimo obtenido sería mucho más realista que la solución obtenida maximizando la renta media esperada, aproximándose así a los planes reales de los agricultores. Se llegó a la conclusión de que teniendo en cuenta el riesgo se podría aumentar de modo significativo la capacidad descriptiva de la programación lineal, sin que por ello se contradijesen los resultados del «Interstate Management Survey».

Pero existen infinidad de formas de tratar el riesgo y la incertidumbre cuya revisión exhaustiva daría lugar a otro artículo o, incluso, a un libro. Nos vamos a limitar, por tanto, a aquéllos más conocidos que se han utilizado en programación agraria: el enfoque de Roy (1952) de «lo primero la seguridad» (*safety first*), que consiste en maximizar la probabilidad de superar un mínimo de renta; el de Charnes y Cooper (1959) de la «oportunidad restringida» (*chance constrained*), que consiste en maximizar la renta esperada bajo la restricción de que obtener una renta por debajo de un determinado nivel sea más pequeña que un número dado (13). El enfoque de «juego contra la naturaleza» (*game against nature*), recientemente aplicado por Mc Inerney (1967, 1969), Hazell (1970), Kawaguchi y Maruyama (1972), en el cual se trata de obtener una combinación de producciones que maximice el mínimo de lo que se puede ganar, cualesquiera que sean las circunstancias (en la práctica, bajo las circunstancias que han prevalecido en los últimos años); el enfoque de Motad, desarrollado por Hazell (1971) (minimización de la desviación total absoluta del margen bruto de la actividad productiva); la «programación restringida de pérdida de enfoque» (*Focus loss constrained programming*) de Boussard y Petit (1967), a partir de una combinación del método de la «oportunidad restringida» y de la descripción de las expectativas de Shackle (1948); y una mejora de este último método propuesta por Low (1974).

¿Se puede establecer algún criterio de elección entre

---

(13) El enfoque de la «programación restringida de la oportunidad» ha sido objeto de una gran variedad de algoritmos y aplicaciones, revisados por Kirby (1970).



---

todos estos enfoques? En primer lugar, hay que tener en cuenta que estos modelos, frecuentemente, están interrelacionados entre sí. Por ejemplo, Pyle y Turnovski (1970, 1971) han demostrado varios teoremas que establecen las condiciones bajo las cuales los modelos de Roy y de Markowitz son equivalentes. El método de Chen y Baker (1974) para linealizar una restricción cuadrática no es, en la práctica, muy diferente de la «programación de pérdida de enfoque», aunque los fundamentos teóricos de ambos sean distintos. Desde el punto de vista de los resultados obtenidos, todos estos métodos son aún más similares. Modificando el coeficiente de aversión al riesgo, que siempre ha de estar presente y al que resulta, por lo general, imposible asignar un valor concreto, se puede obtener el mismo tipo de resultados de todos ellos. Esta es la conclusión que alcanzan Kennedy y Francisco (1974) y Kennedy y Webster (1975) cuando compara el método de Motad y el «sistema de pérdida de enfoque», o por Boussard (1969) al comparar varias posibilidades alternativas. Por tanto, lo que es importante no es el método adoptado, sino el modo en que se determina el coeficiente de aversión al riesgo.

En este sentido, un punto esencial es la situación financiera del agricultor, ya que el riesgo no es el único submodelo técnico a definir para poder explicar el comportamiento del agricultor. Las restricciones de capital son, asimismo, a tomar en consideración, y su discusión ofrece notable interés.

La importancia de las restricciones de capital en las decisiones del agricultor es conocida desde hace tiempo. Pero introducirlas en un modelo de programación comporta dos tipos de problemas. El primero es que su inclusión hace necesaria la utilización de modelos multiperiodicos: si las cosechas de trigo y patatas compiten entre sí por la utilización del equipo capital, ¿por qué no va a suceder lo mismo con la compra de tierras y la construcción de establos? Ahora bien, desde el momento en que se consideran los bienes duraderos, maximizar el margen bruto no es suficiente si queremos tomar en cuenta el rendimiento de las distintas alternativas de inversión. Este es el motivo por el cual autores como Cowling y Baker (1963) o Cocks (1965) inicia-

---

---

ron la difícil tarea de elaborar modelos de programación lineal multiperiódica (14). Baker continuó en esta línea elaborando un modelo completo de financiación agraria dentro del marco de la programación lineal multiperiódica (Baker, 1968). Otro destacado trabajo sobre el tema es el de Walker y Martin (1966). Desde otro punto de vista, Merrill (1965) intentó introducir en esta estructura un modelo de incertidumbre del tipo de Freund-Markowitz. Boussard y Podkaminer (1973) emprendieron una investigación teórica completa, analizando todos los problemas que suscita este tipo de modelo, investigando la amplitud óptima del horizonte de planificación, en relación con la incertidumbre y con la cuestión de la función a maximizar más apropiada.

El segundo problema suscitado por la inclusión de restricciones de capital fue tratado por varios autores, entre los que se encuentran Mc Farquhar (1961) y Steward (1961): en muchos casos las restricciones de capital no son limitantes, y cuando lo son, los valores obtenidos en el dual son tan altos que ninguna institución de crédito dudaría en garantizar un préstamo a la correspondiente tasa de interés. La conclusión que se deriva es que no resulta necesaria la inclusión de restricciones de capital en estos modelos. Pero si los agricultores tienen recursos de capital disponibles, ¿por qué lo atesoran en vez de invertirlo?; y también, si tienen tan buenas oportunidades de inversión, ¿por qué se quejan de los altos costes de los factores de producción?

La solución de esta paradoja puede encontrarse si consideramos el problema del riesgo y la incertidumbre, al cual nos referiremos brevemente a continuación: una forma de evitar riesgos es mantener reservas financieras que permitan cubrir los gastos de consumo en los años de bajo beneficio; esto podría explicar el por qué los agricultores mantienen reservas monetarias aparentemente ociosas. También las amortizaciones de los préstamos contraídos pueden poner en peligro la empresa en los malos años, al no poderse hacer frente a dichas obligaciones. Este riesgo puede coar-

---

(14) Una revisión completa de este tipo de modelos fue realizada por Irwin (1968). Aportaciones más recientes son las de Pearse (1973), Olson (1972) y Judez (1975).

---

---

tar las decisiones de los agricultores de solicitar créditos, aun cuando se esperasen rendimientos medios elevados. Estas observaciones pueden incorporarse a modelos de decisión bajo condiciones de riesgo: Boussard (1967, 1971) demostró con algunos ejemplos que la paradoja de los altos valores del dual o de la débil actividad de las restricciones del equipo capital desaparecen cuando se incorpora a la matriz la situación financiera de la empresa mediante un modelo de decisión bajo condiciones de riesgo (15).

Un problema adicional de las restricciones de capital es que al incluirlas los precios de los *inputs* —y, por lo general, también los de los *outputs*— entran en la matriz a través del cálculo de los coeficientes. Por tanto, los valores del dual no pueden ser interpretados como precios de equilibrio, ya que durante el proceso de cálculo los valores del dual pueden variar mientras que los coeficientes de la matriz deben permanecer constantes. De esta observación se deduce el probable error que se comete al conceder un excesivo valor a la información que proporciona el dual. En realidad, los valores del dual no ofrecen gran interés en sí mismos, ya que su principal utilidad parece ser la de advertir la posibilidad de que exista un error si los valores obtenidos son muy diferentes de los precios reales.

La utilización de «restricciones de flexibilidad» en la programación lineal descriptiva fue iniciada por Henderson (1959). Su objetivo era, únicamente, obtener predicciones a corto plazo algo más refinadas que las ofrecidas por el «Crop reporting Board». Henderson partía de la idea de que la superficie total disponible es limitada y que los distintos cultivos compiten por su utilización; por tanto, parecía lógico emplear la programación lineal suponiendo que se producirían los cultivos más rentables. Pero evidentemente la tierra no podía ser considerada como la única restricción, a la vez que resultaba difícil incorporar una descripción completa de la tecnología productiva. Por tanto, una solución intermedia consistió en añadir algunas restricciones para

---

(15) Un reciente artículo de Just (1974), basado en la teoría de las expectativas de Nerlove, con un modelo de mínimos cuadrados llega al mismo tipo de conclusiones sobre la influencia del riesgo en las decisiones de producción.

---

«estabilizar» la solución artificialmente. Esto se llevó a cabo introduciendo la hipótesis de que cada nivel de actividad no podía desviarse del nivel alcanzado en el período anterior más que en un determinado porcentaje. Por tanto, siendo  $b_i$  un coeficiente de flexibilidad (cuyo orden de magnitud oscila alrededor del 10 por 100),  $x_i$  el nivel alcanzado por el cultivo  $i$  en la solución de la programación lineal en el año  $t$ , tendríamos:

$$(1 - b_i) x_{it-1} \leq x_{it} \leq (1 + b_i) x_{it+1}$$

De esta forma, la superficie total se mantenía invariable, las diferencias de rentabilidad entraban en la predicción y el modelo resultaba simple y sencillo de manejar.

Richard Day (1962, 1963, a, 1964) y algunos continuadores de su obra, tales como Heidhues (1967), Schaller y Dean (1965), Muto (1965), Lins (1969), Cigno (1969) y otros utilizaron esta idea en modelos completos de producción agrícola —modelos que tenían en cuenta gran número de restricciones, entre ellas restricciones de incertidumbre (Aigner, 1972, b)— para impedir variaciones excesivamente altas en los niveles de actividad. Esta idea ha sido aplicada también a modelos no agrarios (Day, 1968; Day y Tinney, 1969).

En general, los modelos que incorporan restricciones de flexibilidad son muy eficientes tanto para describir la evolución real de toda una región a lo largo del tiempo, como para realizar interpretaciones de procesos históricos muy complejos. Por ejemplo, Day (1967) obtuvo una correcta interpretación de la extinción de la figura del aparcerero en el delta del Mississippi a través de varios factores causales interrelacionados. En esta línea, y utilizando básicamente el mismo aparato conceptual, Mudahar (1971) y Ahn y Singh (1971) hicieron algunas aportaciones al tema de la difusión del progreso tecnológico en el norte de la India y en las regiones más pobres de Brasil, respectivamente. Importancia especial merece el modelo para el sector agrario de los Estados Unidos, que fue empleado durante varios años por el USDA y cuya estructura descansa en bases similares Schaller, 1968).

Una característica auténticamente original de este mode-

---

lo es que parte de una base completamente descentralizada: los modelos de explotaciones individuales quedan bajo absoluto control de los responsables locales, que pueden utilizarlos para sus propios fines. Cada vez que se plantea una demanda a nivel nacional, las condiciones a contrastar y el objetivo deseado se transmiten al responsable regional por teléfono o por correo y los resultados obtenidos se transmiten de la misma forma. La oficina central únicamente reúne los resultados regionales y redacta los informes finales. Este elevado nivel de descentralización garantiza una mayor fiabilidad de los resultados a nivel de la explotación tipo, al tiempo que el sistema resulta mucho más barato para la unidad central, que puede disponer de unidades regionales trabajando gratis (más exactamente, trabajando en su propio beneficio), convirtiéndose de este modo el modelo nacional en un subproducto de los distintos modelos regionales, con lo que su coste marginal es muy bajo.

Sin embargo, a pesar de su innegable efectividad a nivel empírico, parece que, desde un punto de vista teórico, resulta incorrecto atribuir una importancia excesiva a las restricciones de flexibilidad. Posiblemente sea más correcto seguir considerándolas como al principio; es decir, como una serie de normas prácticas muy útiles y sofisticadas, cuya principal virtud radica en que permiten al investigador tratar el problema de la agregación de modelos agrarios a nivel de explotación, sin que sea necesario disponer de un modelo perfecto de comportamiento individual. Esta opinión se ve reforzada por el hecho de que este tipo de restricciones no son útiles y pueden, por tanto, desaparecer cuando se utilizan modelos realmente perfeccionados, especialmente cuando estos modelos incorporan restricciones de riesgo y capital. Esta puntualización puede tanto al sistema ideado por Day-Henderson como a todas aquellas restricciones de comportamiento que se añaden a aquellos modelos, cuyos primeros resultados difieren tanto de la situación real que resultan difícilmente creíbles. Pero este tipo de restricciones no deberían calificarse como «restricciones de flexibilidad», ya que las auténticas, a pesar de sus evidentes defectos, constituyen, sin lugar a dudas, un avance significativo con respecto a las otras.

---

#### IV. LA UTILIZACION DE MODELOS INDIVIDUALES DE PROGRAMACION LINEAL

La elaboración de un «buen» modelo a nivel empresarial (entendiendo por bondad que refleje correctamente el comportamiento real de los agricultores) es una interesante tarea en sí misma, que muy a menudo sirve para aclarar muchos aspectos de la teoría de la producción agraria. Pero la mera posibilidad de hacerlo plantea dos cuestiones de suma importancia.

La primera de ellas se refiere al contenido último de la gestión de la empresa agraria. Si partimos de la hipótesis de que el empresario agrícola trata de obtener un máximo con unas restricciones objetivamente identificadas se puede reproducir el comportamiento real de cualquier agricultor, ¿cómo se va a mejorar la gestión de una explotación utilizando métodos más sofisticados? La respuesta a esta cuestión se aclarará después de la discusión del segundo punto: ¿Cómo se pueden utilizar estos modelos para obtener curvas de oferta de bienes agrarios y, en general, para realizar predicciones sobre los efectos de la política agraria?

La última cuestión está implícita en lo que se ha venido llamando el «problema de la agregación» (Malinvaud, 1956). Pero en este contexto coexisten dos problemas distintos. El primero de ellos se refiere a la definición de «explotación-tipo»; debido a que, por lo general, resulta imposible emplear la programación lineal a nivel de explotación en un estudio de oferta, todas ellas han de ser agrupadas de forma que las características de la explotación-tipo resultante sean, aproximadamente, la media aritmética de las diferentes características de cada una de las explotaciones agrupadas. En este contexto, una agrupación «correcta» será aquella que minimice el sesgo derivado de la imposibilidad de realizar un tratamiento individual.

La referencia básica sobre este tema se encuentra en Day (1963). Sus trabajos son tan conocidos que no resulta necesaria su descripción aquí. Digamos simplemente que la agregación, en el sentido mencionado anteriormente, será insesgada si la matriz *input-output* es la misma para todas

---

---

las explotaciones del grupo, y si los coeficientes del vector de la derecha y del vector de la función económica son proporcionales para todas las explotaciones. Por supuesto, estas condiciones no suelen cumplirse, pero proporcionan un criterio básico para clasificar las explotaciones y formar grupos homogéneos útiles a nuestros propósitos. Los resultados obtenidos por Day fueron desarrollados con posterioridad por Miller (1966), Lee (1966) y Marengo (1969), sin ninguna modificación sustancial.

El principal inconveniente del teorema de Day es que al aplicarlo en la práctica se puede generar un número todavía excesivamente grande de grupos: supongamos que para representar el comportamiento de una región rural elaboramos una matriz y que todos los precios (y, por tanto, todos los coeficientes de la función económica) son iguales para todas las explotaciones. Supongamos que clasificamos las explotaciones en base a tres criterios: el número de trabajadores familiares por unidad de tierra, el capital total disponible por unidad de tierra y el nivel de consumo deseable por trabajador familiar; a su vez, dividimos cada una de estas categorías en tres intervalos. La combinación de estos criterios conduce a la definición de 27 grupos homogéneos, lo que a su vez implica resolver 27 modelos de programación. Teniendo en cuenta que sólo hemos utilizado tres criterios de clasificación, el número resulta a todas luces excesivo.

Por este motivo, Sheehy y Mc Alexander (1965) propusieron utilizar como único criterio de clasificación la restricción más fuerte. Los resultados de algunos estudios comparativos publicados por Frick y Andrew (1965) demuestran que este criterio es útil y eficiente. Sin embargo, a menudo resulta bastante difícil determinar cuáles son las restricciones más fuertes.

De forma similar, Paris y Rausser (1973) demostraron que, prácticamente en todos los casos, existe un sistema de matrices capaz de transformar un conjunto de modelos individuales en un solo modelo agregado sin que se produzca error de agregación, al menos para una de las soluciones del modelo agregado. El principal inconveniente reside en que cualquier cambio que queramos efectuar en la solución

---

agregada requiere una variación correspondiente de las matrices de transformación para evitar reintroducir un error de agregación.

La conclusión más importante que se puede extraer de todo lo hasta aquí expuesto es que, en cualquier caso, la agregación requiere un proceso de aproximaciones sucesivas y que la mejor manera de evitar errores demasiado grandes es agrupar explotaciones con características similares. En esta dirección, la moderna teoría de «*cluster analysis*» puede aportar, en breve, métodos más eficientes y fiables. Una de las primeras experiencias en este campo es la realizada por Buckwell y Hazell (1971), que otros autores están perfeccionando.

El segundo problema que presenta la teoría de la agrupación ya no es de índole estadística, sino que está fuertemente enraizado en la teoría económica. Su origen radica en el hecho de que, como señalaba Lerner (1960), la diferencia esencial entre macro y microeconomía es que la microeconomía pura no se ocupa de los efectos que tendrá una decisión fuera del sistema económico del individuo que ha tomado la decisión. Por tanto, la teoría microeconómica no puede tener en cuenta el hecho de que cualquier decisión volverá a afectar, a través de todo el sistema económico, a la posición adoptada por el individuo que la tomó. Lerner añade que el análisis económico moderno no puede ser puramente microeconómico ni puramente macroeconómico, sino que debe reunir características de ambos.

Por tanto, el problema con que nos enfrentamos es pasar de un enfoque de naturaleza estrictamente microeconómica a uno más macroeconómico. En la práctica, la necesidad de este cambio de enfoque surge al examinar actividades tales como la compra y venta de terrenos. Mediante la agregación de modelos individuales el equilibrio a nivel regional entre estas actividades solamente se alcanzará por casualidad; sin embargo, un análisis que no tenga en cuenta que la superficie total de una región es absolutamente limitada será fundamentalmente incorrecto. Lo mismo sucede con el volumen total de materias primas y el de producción, aunque aquí la restricción es menos severa, ya que podemos supo-

---



---

ner que una parte se destina a transacciones fuera de la región.

El primer paso hacia la solución del problema lo da una vez más Day con su principio del «acoplamiento dinámico» (1964) (16). Su idea básica es que el volumen de información disponible en un período dado por los agricultores, y en base al cuál éstos toman sus decisiones, está dado. Los efectos de todas las decisiones combinadas (tanto de los agricultores como de los restantes agentes económicos: consumidores, gobierno, etc.) generan un nuevo caudal de información que, a su vez, configura las condiciones iniciales del siguiente período. Dentro de esta estructura general pueden incluirse una gran variedad de modelos; por ejemplo, el modelo de equilibrio interregional de Heady puede ser interpretado bajo este prisma si suponemos que el *feedback* afecta solamente a los precios y a las cantidades, y que, además, opera sin desfases en el tiempo. Pero, como sugiere Swanson (1968), este último punto resulta crucial: ¿cómo se transmite la información, y con qué retardo? Los avances en el análisis de la oferta de productos agrarios dependen, en gran parte, de la resolución de este problema.

Desde este punto de vista, las repetidamente mencionadas restricciones de flexibilidad proporcionan una forma de describir mecanismos de transmisión de la información más complicados que el modelo simple de equilibrio general. De todas formas resultan insuficientes, ya que siguen siendo un mecanismo exógeno al proceso mismo de toma de decisiones y, por tanto, más que resolver el problema lo soslayan.

La solución real pasa por un profundo estudio del comportamiento del agricultor y por la explicitación de este comportamiento en una matriz. Estos estudios podrían compatibilizar el método de Nerlove (1958) de retardos distribuidos y expectativas con la teoría *input-output* aquí tratada; por ejemplo, Helmers, Lentz y Wendrick (1973) utilizaron recientemente un modelo multiperiodico para analizar el ciclo del cerdo.

---

(16) El mismo Day atribuye la paternidad de la idea a Godwin (1947). Su contribución consistió, al menos, en una correcta reformulación.

---

En general, esta línea de análisis propone un tipo de modelo en el que la programación lineal se utiliza en conexión con técnicas de simulación y formando parte de ellas; por ejemplo, un conjunto de modelos de programación lineal puede describir el comportamiento del agricultor. Pero a nivel nacional, los precios y las cantidades de equilibrio habrán de calcularse mediante un complejo sistema de ecuaciones que pueden ser no lineales y que no trate de optimizar ninguna función; sistema éste que deberá incluirse dentro de las técnicas de simulación. De esta forma desaparece la (supuesta) contradicción entre simulación y técnicas de programación. Ambos métodos cubren campos diferentes y se complementan entre sí. Johnson y Rossmiller (1972), Mudahar (1972) y Strickland (1974) diseñaron modelos de este tipo con muy diferentes finalidades.

Los estudios que han adoptado un enfoque macroeconómico también han contribuido a la clarificación del problema enunciado al principio de este apartado: ¿es viable la gestión agraria? Si los agricultores pueden encontrar por sí mismos la combinación óptima de cultivos bajo las restricciones a las que están sujetos, resulta perfectamente inútil tratar de mejorar sus planes, cualesquiera que sea el método utilizado para ello. A pesar de todo, el consejero económico agrario puede tener, al menos, dos funciones: en primer lugar, para encontrar una solución óptima, el agricultor utiliza el método de prueba y error, y ha de asumir el coste de sus errores. Por tanto, una misión del asesor agrario sería reducir la incertidumbre, acelerar el proceso de respuesta a las variaciones que se produzcan y tratar de aumentar el nivel de ingresos del agricultor. La segunda forma de asesoramiento sería proporcionar a los agricultores información reciente, de la cual tienen una necesidad imperiosa. Esta segunda razón para la existencia de asesores agrarios es, quizá, aún más importante que la primera.

Ahora bien, hechas estas consideraciones, surge el problema de cómo puede el asesor agrario utilizar la programación lineal de forma efectiva. Dado el alto coste de un modelo, resulta dudoso que se pueda emplear a nivel individual; el pequeño aumento porcentual, en circunstancias muy especiales, del producto bruto no compensa, por lo

---

---

general, el coste de elaborar y resolver un modelo. Pero experiencias llevadas a cabo en muchos países demuestran que, una vez aclarado el proceso de interacción de todas las variables que influyen en la gestión agraria, el dotar a los asesores agrarios de una serie de conocimientos sobre modelos de programación lineal «representativos» de los tipos más corrientes de explotaciones de cada región puede mejorar de forma sustancial la calidad de la labor asesora que realizan estos consejeros (17). Esta parece ser la justificación final para utilizar modelos de programación lineal en la gestión de la empresa agraria (18).

Pero estas observaciones dan pie a nuevas consideraciones. En efecto, si un modelo de programación lineal puede servir al asesor agrario para evaluar la conveniencia de implantar una nueva técnica agraria en las explotaciones a su cargo, también puede proporcionar el mismo tipo de información a los restantes agentes económicos que la necesitan. En muchos casos, una buena predicción sobre la reacción de los agricultores frente a una posible innovación resulta de crucial importancia para tomar decisiones tales como emprender un nuevo programa de investigación, desarrollar un sistema de riego, comercializar un nuevo pesticida o introducir un nuevo cultivo en la región. A menudo, las decisiones de este tipo están basadas en la elaboración del balance de una explotación típica, a través de los cuales se contrasta la rentabilidad de una nueva técnica. Como en este caso los costes derivados del proceso de cálculo ya no constituyen problema, no existen razones para no utilizar la

---

(17) Bartola (1973) o Winckleman (1972) ofrecen buenos ejemplos de ello. Estos autores han demostrado que la mayoría de las técnicas modernas que los organismos estatales están tratando de difundir en Sardinia y Yucatán no resultan aplicables bajo las restricciones que deben sufrir los agricultores.

(18) Debemos añadir que todo el razonamiento está basado en el alto coste de la recogida y proceso de datos. Si éste se pudiera reducir de forma significativa, las cosas serían muy diferentes. La reducción parece posible, al menos en lo que se refiere a los métodos de proceso de datos, que pueden mejorarse de varias formas: utilizando bancos de datos (Tongate, 1969; Egloff, 1971; Bitney, 1969) o generadores de matrices acoplados a formas sofisticadas de recogida de datos (Bond, Carter y Crozier, 1970; Boussard, 1972; Candler, Boelje y Saathoff, 1970), o una combinación de ambos métodos (Marceau, Baker, Tongate y Scott, 1971). El futuro de la programación lineal aplicada a la gestión agraria está abierto a muchos más campos.

---

programación lineal en la elaboración de dichos balances. Por el contrario, hay buenas razones para hacerlo: por un lado, es posible obtener a través de la programación lineal un conjunto completo de soluciones variando algunos parámetros; esto puede realizarse con un coste relativamente pequeño, una vez construida y resuelta la matriz, ya que el cálculo es mucho más rápido cuando se parte de una solución previa y se puede utilizar un algoritmo de parametrización en vez de un algoritmo ordinario. Por tanto, la programación lineal se convierte en un buen método para realizar el análisis de sensibilidad, que es tanto más necesario cuanto más imprecisos y poco fiables sean los datos.

Por tanto, este tipo de aplicación de la programación lineal está lejos de poder emplearse únicamente cuando se dispone de datos precisos y seguros. Contrariamente a una creencia muy difundida, la programación lineal puede ser útil aun cuando no se disponga de datos y éstos deban ser estimados por el autor del estudio. Debido a su tendencia a amplificar los errores que se producen al asignar valores poco probables a datos desconocidos, puede asumir el papel de un estimador bajo una estructura de máxima verosimilitud. Por todas estas razones, resulta de gran utilidad tanto en países subdesarrollados como en países desarrollados. Sobre este tema se han llevado a cabo recientemente varios estudios (Boussard y Bourliaud, 1974; Ahn y Singhe, 1972; Mudahar, 1971; Johnson y Rossmiller, 1972; Chabert, 1971; etc.).

## CONCLUSIONES

Partiendo del método del simplex, las técnicas de programación lineal en economía agraria parecen haber devenido en tres tipos completamente distintos de modelos (considerando el caso de los modelos de dieta con coste mínimo como fuera del campo de la economía agraria en sentido estricto):

I. Los modelos de gestión de la empresa agraria, a nivel empresarial y esencialmente normativos.

---

---

II. Los modelos de política agraria, también normativos, pero a nivel nacional.

III. Finalmente, los modelos descriptivos de la explotación agraria, a nivel empresarial, pero susceptibles de agregación.

En la actualidad, las características de todos estos modelos parecen haberse combinado en uno sólo. A través del análisis de las teorías del equilibrio general y de la agregación, los modelos de política agraria se han hecho menos normativos. La distinción entre los usos normativos y descriptivos de un mismo tipo de modelo de empresa agraria ha conducido a una mejor comprensión de la gestión agraria. La contradicción entre el análisis a nivel de explotación individual y el análisis de equilibrio general se vuelve mucho menos severa cuando se comprende plenamente lo que subyace bajo el término «agregación».

Todo esto revela los grandes progresos que se han realizado desde los primeros comienzos de la aplicación de la programación lineal al sector agrario; algunos de ellos se han debido al perfeccionamiento de las técnicas de cálculo, pero el factor determinante ha sido una más correcta explicitación de la teoría económica a través de desigualdades lineales. Al mismo tiempo, la aportación de estos estudios a la teoría económica es muy valiosa, ya que muchas interrelaciones que en un principio estaban explicitadas de forma vaga, están ahora cuantificadas y perfectamente definidas.

Con respecto a las nuevas líneas de investigación, la que parece más prometedora es la iniciada por Farrell (1954): hoy resulta posible, en la práctica, manejar varios miles de variables teniendo en cuenta de forma explícita las interrelaciones existentes entre ellas. Esta situación es radicalmente nueva en economía; antes de la segunda guerra mundial, los economistas estaban condenados a trabajar con modelos muy simples o bien a abandonar cualquier intento de análisis empírico. Ahora bien, aunque la recogida y elaboración de datos son, aún hoy, problemas que los generadores de matrices resuelven sólo parcialmente; aun cuando alguna información se pierde durante el proceso de explicitación

---

del análisis económico en términos de desigualdades lineales, el hecho esencial es que tal explicitación es posible y que se puede proceder a contrastar el análisis económico de una forma casi experimental. Los modelos de aversión al riesgo son, entre otros muchos ejemplos aportados a lo largo de estas líneas, un claro exponente de este tipo de análisis.

Estas observaciones no deben hacernos olvidar el hecho de que nos encontramos al comienzo del camino y de que todavía subsisten fuertes obstáculos; entre ellos, dos merecen una atención especial: el primero es el coste del procesamiento de los datos; no es que sea realmente de nuestra incumbencia, ya que solamente podrá superarse con el avance de la industria de ordenadores; afortunadamente este progreso es rápido y no parece probable que se vea frenado en un futuro previsible. Mientras tanto existen formas de soslayar parcialmente el problema, como pueden ser aumentar la calidad de los estudios para obtener más financiación y desarrollar el *software*, especialmente en lo que se refiere al manejo y procesamiento de los datos utilizando generadores de matrices (19).

El segundo obstáculo, mucho más cercano a nuestro campo de análisis y que está fuertemente ligado al problema de la fiabilidad de un modelo, es la imposibilidad de contrastar de forma indiscutible modelos de simulación. Naturalmente, cualquier modelo debe ser contrastado comparándolo con la realidad que se supone está describiendo. Por tanto, la contrastación «histórica» es absolutamente necesaria antes de que el modelo pueda usarse con fines predictivos. Pero aun este tipo de contrastación resulta difícil de interpretar en el caso de la programación lineal: ¿qué conclusión puede sacarse del hecho de que un modelo realice predicciones correctas acerca de la superficie de trigo y

---

(19) Como han señalado K. J. Thompson y A. E. Buckwell, al comentar un primer borrador de este artículo, este tema se encuentra al borde de un círculo vicioso, ya que la financiación es necesaria para poder elaborar modelos con un mayor grado de credibilidad. Probablemente la mayor dificultad radique en que los que controlan las fuentes de financiación se den cuenta tanto de las posibilidades de estos métodos, como de las dificultades que todavía hay que superar. Pero deberíamos tener en cuenta el hecho de que subestimar estas dificultades puede ser tan peligroso como sobreestimarlas.

---

predicciones incorrectas sobre la producción de remolacha? Ya habíamos hecho notar la dificultad señalada por Hall Heady y Plessner (1965), cuyas estimaciones de producción eran bastante buenas mientras que los precios de equilibrio estimados estaban muy por debajo de los precios de mercado en el período en que se llevaba a cabo el análisis. Todas estas dificultades surgen debido a que todas las variables del modelo están fuertemente interrelacionadas, de forma que una predicción correcta de una de ellas no puede considerarse plenamente satisfactoria si no lo son las restantes.

El problema no es específico de los modelos de simulación con programación lineal, ya que la dificultad es la misma para cualquier modelo de simulación. Esta es la razón por la que un creciente número de autores (Aigner, 1972, a; Naylor y Finger, 1967; Dhrymes, Hymans, 1972; Fromm, 1973; Shapiro, 1973; Fromm y Klein, 1973), el primero de los cuales fue Theil (1966), están dedicando su atención al tema. Pero su resolución es especialmente urgente en lo que se refiere a la programación lineal, ya que esta técnica excluye la posibilidad de operar el modelo varios cientos de veces para aplicar el análisis estadístico ordinario.

No es el propósito de este artículo profundizar en el análisis del problema de la contrastación de modelos; bástenos con apuntarlo. Solamente, a modo de conclusión, vamos a apuntar una última idea.

La simple coincidencia de los resultados de un modelo con el entorno real que está describiendo no es suficiente para considerar válido el modelo. Cualquier estudioso de la programación lineal sabe perfectamente que incorporando las restricciones adecuadas se puede obtener casi cualquier resultado que se desee. Por tanto, el problema no radica en la proximidad entre los valores observados y estimados de las variables endógenas, sino en lo que el modelo «añade» a las variables exógenas cuando las transforma en variables endógenas estimadas. Podríamos pensar que esta aportación consiste en un cierto volumen de información, ya que se supone que el modelo modifica expectativas sobre las probabilidades de fenómenos futuros en el entorno exterior, probabilidades éstas obtenidas a priori de la mera observa-

---

---

ción de las variables exógenas. Por otro lado, este volumen de información puede ser negativo; las probabilidades estimadas en base a la información proporcionada por un modelo mal especificado pueden diferir de las probabilidades reales observadas *ex-post* en mayor cuantía que las estimaciones basadas únicamente en datos exógenos.

Pero ¿cómo se pueden cuantificar estas relaciones? ¿Cómo pueden estimarse las probabilidades de que se produzcan ciertos fenómenos? (¿y cómo se puede prever cada uno de ellos?). He aquí el problema.

### AGRADECIMIENTOS

Expreso mi agradecimiento a varios amigos que amablemente se prestaron a revisar un primer borrador de este artículo y cuyas sugerencias me fueron de gran utilidad. Entre ellos quiero citar, especialmente, a Kenneth J. Thompson y Allen E. Buck Well por su valiosa ayuda en la corrección del texto en inglés. Así mismo, quiero agradecer a Manuel Rodríguez-Zúñiga su riguroso trabajo en la definitiva traducción del texto al castellano. El autor se declara responsable de todos los errores y opiniones vertidos en este texto.

### BIBLIOGRAFIA

- AIGNER, D. J. (1972, a): «Note on the Verification of Computer Simulation Models.» *Mat Sci.*, theory series, 18 (11): 615-619.
- AIGNER, D. J. (1972, b): «Bounding Constraints in Certain Linear Programming Problems, and The Principles of Safety First.» *Eur. Eco. Rev.* 3 (1): 71-82.
- AHN, C. Y., SINGH, I. (1972): «Distribution of Farm Incomes under alternative Policy Regimes: A Dynamic Analysis of Recent Developments in Southern Brazil.» Contributed paper at the annual meeting of the American Agricultural Economic Association, Gainesville, Florida, August 1972 (Available: the Ohio State University).
- ARA, K. (1959): «The Aggregation Problem in Input/Output Analysis.» *Econometrica.* 27 (2): 257-262.
-



- 
- BARBAR, H. H., TINTNER, G., HEADY, E. O. (1955): «Programming with Consideration of Variation in Input Coefficients.» *Jl. of Farm Eco.* 37, (2): 333-341.
- BAKER, C. B. (1958): «Financial Organization and Production Choice.» *Am. J. of Agr. Eco.* 50 (6): 1566-1577.
- BARNA, T. (ed.) (1954): *The Structural Interdependence of the Economy*. Wiley, New York.
- BARTOLA, A. (1973): «Un modello di programmazione lineare per la determinazione dell'ottima utilizzazione del pascoli.» *Rivista di economia agraria*. 28 (5): 33-75.
- BARRY, P. J. (1972): «Asset Indivisibility and Investment Planning. An Application of Linear Programming.» *Am. J. of Agr. Eco.* 54 (2): 255-259.
- BAWDEN, L. (1966): «A Spatial Price Equilibrium Model of International Trade.» *J. of Farm Eco.* 48 (4): 862-874.
- BENEKE, R. R., WINTERBOER, R. (1973): *Linear Programming Application to Agriculture*. Iowa State University Press, Ames (Iowa).
- BIROWO, A. T., RENBORG, U. (1963): «Interregional Planning for Agricultural Production in Sweden» in: OECD, Directorate for Agriculture and Food. *Interregional Competition in Agriculture*, Problems of Methodology, Paris: 141-180.
- BISHAY, F. K. (1971): «On the Methodology of Constructing Models for Optimal Spatial Allocation of Agricultural Activities.» *The Farm Economist* 12 (3): 128-175.
- BITNEY, L. L. (1969): «An Application of Linear Programming to Individual Farm Management Decision, Using an Area Information System.» Unpublished Ph. D. thesis, Oklahoma State University.
- BOND, R., CARTER, P. G., CROZIER, J. F. (1970): «Computerized Farm Planning Mascot.» *Farm Management*. 1 (9) (no pagination).
- BORLIN, K. (1966): «Gesamt Wirtschaftlich optimale Gestaltung des Futterbau durch Lineare Programmierung.» *Industrielle Organisation*. 35 (2): 85-89.
- BOUSSARD, J. M. (1969): «The Introduction of Risk into a Programming Model: Different Criteria and Actual Behaviour of Farmers.» *Eur. Eco. Rev.* 1 (1): 92-121.
- BOUSSARD, J. M. (1970): *Programmation linéaire et théorie de la production agricole*. Cujas, Paris.
- BOUSSARD, J. M. (1971): «Time Horizon, Objective Function and Uncertainty in a Multiperiod Model of Firm Growth.» *Am. J. of Agr. Eco.* 53 (3): 467-477.
- BOUSSARD, J. M. (1972): Program GEMAGRI; User's manual. Mimeo, INRA, Paris.
- BOUSSARD, J. M., BOURIAUD, J. (1974): «Possible Consequences of some Agricultural Policy for the District of Sedhiou (Central Casamance, Republic of Senegal).» Unpublished report to the World Bank, Washington.
- BOUSSARD, J. M., PETIT, M. (1967): «Representation of Farmer's
-

- Behaviour under Uncertainty with a Focus Loss Constraint.» *J. of Farm Eco.* 49 (4): 869-880.
- BUCKWELL, A. E., HAZELL, B. R. (1971): «Implication of Aggregation Bias for the Construction of Static and Dynamic Linear Programming Supply Models.» *J. of Agri. Eco.* 23 (2): 119-134.
- CANDLER, W., BOELJE, M., SAATHOFF, R. (1970): «Computer Software for Farm Management Extension.» *Am. J. of Agr. Eco.* 52 (1): 71-80.
- CHABERT, J. P. (1971): «Présentation et principaux enseignements de l'étude pour l'élaboration d'un programme pour l'agriculture tunisienne.» *Recherches d'Economie et Sociologie Rurales*, 1 (4): 1-74.
- CHARNES, A., COOPER, W. W. (1959): «Chance Constrained Programming.» *Mat Sci.* 6 (5): 73-79.
- CHEN, J. T., BAKER, C. B.: «Marginal Risk Constraint Linear Program for Activity Analysis.» *Am. J. of Agri. Eco.* 56 (3): 622-627.
- CIGNO, A. (1969): Production and Investment Response to Changing Market Conditions, Technical Know-How, and Government Policies. Mimeo, University of Birmingham, Faculty of Social Sciences, series A, núm. 108.
- COCKS, K. D. (1965): «Capital Accumulation and the Hicksian Model.» *The Farm Economist.* 10 (11): 458-465.
- COWLING, K., BAKER, C. B. (1963): «A Polyperiod Model for Estimating the Supply of Milk.» *Agri. Eco. Res.* 15 (1): 15-23.
- DANTZIG, G. B. (1949): «Programming in a Linear Structure.» *Econometrica.* 17 (1) (summary).
- DAY, R. H. (1962): «An Approach to Production Response.» *Agri. Eco. Res.* 14 (4): 134-148.
- DAY, R. H. (1963, a): *Recursive Programming and Production Response*. North Holland Publishing Co., Amsterdam.
- DAY, R. H. (1963, b): «On Aggregating Linear Programming Models of Production.» *J. of Farm Eco.* 45 (4): 797-813.
- DAY, R. H. (1964): «Dynamic Coupling, Optimizing and Regional Interdependence.» *J. of Farm Eco.* 46 (2): 442-451.
- DAY, R. H. (1967): «The Economics of the Technical Change, and the Demise of the Share Croppers.» *Am. Eco. Rev.* 57 (3): 427-449.
- DAY, R. H. (1968): «A Note on the Dynamic of Cost Competition Within an Industry.» *Oxford Economic Papers.* 20 (3): 369-373.
- DAY, R. H., SPARLING, T. W. (1973): Economic Optimization: Application in Agricultural and Resource Economics. (Unpublished manuscript).
- DAY, R. H., TINNEY, E. H. (1969): «Cycle, Phases and Growth in a Generalized Cobweb Theory.» *Eco. J.* 79 (2): 92-108.
- DE HAEN, H., HEIDHUES, T. (1973): Recursive Programming Models to Simulate Agricultural Development. Institut für Agrarökonomie der Universität Göttingen, Working Paper, N.º 18, Göttingen.
- DESPOINT, J., TIREL, J. C., VERCUEIL, J. (1965): Modèle inter-régional agricole. Essai sur la région Poitou-Charente pour l'année 1962. Mimeo, Ministère de l'Agriculture, Paris.
- DHRYMES, P. J., HOWREY, E. P., HYMAN, S. H. (1972): «Criteria for
-

- the Evaluation of Econometric Models.» *Annals of Economic and Social Measurement*. 1 (3): 291-324.
- DIXON, P., DIXON, O., MIRANOWSKI, J. (1973): «Insecticide Requirements in an Efficient Agricultural Sector.» *The Rev. of Eco. and Stat.* 55 (4): 423-432.
- DONALDSON, G. F. (1968): «Allowing for Weather Risk in Assessing Harvest Machinery Capacity.» *Am. J. of Agri. Eco.* 50 (1): 24-40.
- DORFMAN, R., SAMUELSON, P. A., SOLOW, R. M. (1968): *Linear Programming and Economic Analysis*. Mc Graw Hill, New York.
- DULOY, J. H., NORTON, R. D. (1972): CHAC, a Programming Model of Mexican Agriculture in GOREUX L. M. and MANNE A. S. (editors): *Multilevel Planning: Case Studies in Mexico*, Development Research Center, IBRD, Washington (D. C.).
- EGLOFF, K. (1971): L. P. Standart Gruppen Matrix. Paper read at a seminar organized by IBM on data processing in agriculture, IBM Education Center, Bruxelles.
- FAHRI, L., VERCUEIL, J. (1969): *Recherche pour une planification cohérente. Le modèle de prévision du Ministère de l'Agriculture*. Monographie du centre d'économétrie du CNRS, Paris.
- FARREL, M. J. (1954): «An Application of Activity Analysis to the Theory of the Firm.» *Econometrica*. 22 (3): 291-302.
- FOX, K. A. (1953): «A Spatial Equilibrium Model of the Livestock Feed Economy.» *Econometrica*. 21 (4): 547-566.
- FREUND, R. J. (1956): «The Introduction of Risk into a Programming Model.» *Econometrica*. 21 (4): 253-263.
- FRICK, G. E., ANDREW, R. A. (1965): «Aggregating Bias, and Four Methods of Summing up Farm Functions.» *J. of Farm Eco.* 47 (3): 697-700.
- FROMM, G., KLEIN, L. R. (1973): «A Comparison of Eleven Econometric Models of the United States.» *The Am. Eco. Rev.* 63 (2): 385-393.
- FROMM, G. (1973): «Implication to and from Economic Theory in Models of Complex System.» *Am. J. of Agri. Eco.* 55 (2): 259-279.
- GEOFFRION, A. M., MARSTEN, R. E. (1972): «Integer Programming Algorithms: A Framework and State of the Art Survey.» *Mgt. Sci.* 18 (9): 465-491.
- GOMORY, R. E. (1958): An Algorithm for Integer Solution to Linear Programs. Princeton - IBM Mathematics Research Project, Technical Report núm. 1.
- GOODWIN, R. M. (1947): «Dynamic Coupling, with Special Reference to Markets having Production Lags.» *Econometrica*. 15 (3).
- GUICHARD, M. (1967) «Programmation Linéaire statique.» *Cahiers de l'IGER*. N.º 6: 1-37.
- GUILBAUD, T. (1959): Foreword of the French translation of: S. VAJDA: *The Theory of Games and Linear Programming*, Dunod, Paris.
- HALL, H. H., HEADY, E. C., PLESSNER, Y. (1965): «Quadratic Programming Solution of Competitive Equilibrium for U. S. Agriculture.» *J. of Farm Eco.* 50 (3): 536-555.

- HASSLER, J. B. (1964): «An Appraisal of Spatial Studies related to Agriculture.» *J. of Farm Eco.* 47 (5): 1380-1390.
- HAZELL, P. B. R. (1970): «Game Theory. An Extension of its Application to Farm Planning under Uncertainty.» *J. of Agri. Eco.* 21 (2): 239-252.
- HAZELL, P. B. R. (1971): «A Linear Alternative to Quadratic and Semi-Variance Programming for Farm Planning under Uncertainty.» *Am. J. of Agri. Eco.* 53 (1): 53-62.
- HEADY, E. O., BROKKEN, R. F. (1968): «Interregional Adjustment in Crop and Livestock Production, a Linear Programming Analysis.» *USDA Technical Bulletin*, n.º 1396.
- HEADY, E. O., CANDLER, H. O. (1959, a): Input Output Analysis, Emphasizing Regional and Commodity Sectors of Agriculture. Iowa Agri. Experiment Sta., Research Bulletin n.º 469.
- HEADY, E. O., CARTER, H. O. (1959, b): «Input Output Models as Techniques of Analysis for Interregional Competition.» *J. of Farm Eco.* 41 (5): 978-996.
- HEADY, E. O., EGBERT, A. C. (1963): «Modèles de programmation linéaire pour déterminer des systèmes régionaux de production dans l'agriculture des Etats-Unis.» *Cahiers de l'ISEA*. N.º 135 (Série AE, n.º 2): 3-58.
- HEADY, E. O., RANDAWA, M. S. (1966): «An Interretional Programming Model for Agricultural Planning in India.» *J. of Farm Eco.* 46 (1): 137-149.
- HEIDHUES, T. (1967): Dynamik der Anpassung der Landwirtschaft in C. Schmitt (editor) *Landwirtschaftliche Marktforschung in Deutschland*. Bayerischer Landwirtschaftsverlag, 85-103.
- HENDERSON, J. M. (1959): «The Utilization of Agricultural Land: A Theoretical and Empirical Enquiry.» *Review of Economics and Statistics*. 41 (3): 242-259.
- HELMERS, G. A., LENTZ, G. W. and KENDRICK, J. G.: «Specialization and Flexibility Consideration in a Polyperiod Firm Investment Model.» *Canadian Journal of Agricultural Economics*. 21 (1): 41-48.
- IRWIN, G. D. (1968): «A comparative Review of some Firm Growth Models.» *Agri. Eco. Res.* 20 (3): 82-100.
- JUDEZ, L.: Modelas multiperiodicas de programacion lineal aplicados a la explotacion agraria. Funcion objetivo, horizonte de planificacion y agregacion del tiempo. Institut Agronomique Mediterranee, Montpellier (France), 1975.
- JUST, R. E. (1974): «An Investigation of the Importance of Risk in Farmer's Decisions.» *Am. J. of Agri. Eco.* 56 (1): 14-25.
- JOHNSON, G. L. (1959): Agricultural Supply Functions: Some Facts and Notions in: HEADY E. O., DIESSLIN, H. G., et al: Agricultural adjustment problems in a growing economy. Iowa State college press, Ames (Iowa): 74-96.
- JOHNSON, G. L., HALTER, A. M., JENSEN, H. R., THOMAS, D. W. (editors) (1962): A Study of Managerial Processes of Midwestern Farmers. Iowa State University Press, Ames, Iowa.

- JOHNSON, G. L., ROSSMILLER, G. E., *et alia* (1972): Korean Agricultural Sector Analysis and Recommended Development Strategies, 1971-1985. Mimeo, Ministry of Agriculture, Seoul, Korea, and Michigan State University, East Lansing, Michigan.
- JUDGE, G. G., HAVLICEK, J., RIZEK, R. L. (1965): «An Interregional Model: Its Formulation and Application to the Livestock Industry.» *Agri. Eco. Res.* 17 (1): 1-9.
- KANTOROVITCH, L. (1942): On the Translocation of Masses, *Proceedings of the academy of sciences of the USSR.* 37 (7): 199-201. English translation in *Mgt. Sci.* 5 (1) (Oct. 1958).
- KAWAGUSHI, T., MARUYAMA, Y. (1972): «Generalized Constrained Games in Farm Planning.» *Am. J. of Agri. Eco.* 64 (4, part 1): 591-602.
- KENNEDY, J. O. S. (1974): Progress Report on a Programming Model for Australian Agriculture, Mimeo, APMAA research team, University of New England, Armidale, Australia.
- KENNEDY, J. O. S., FRANCISCO, E. M. (1975): «On the Formulation of Risk Constraints for Linear Programming.» *J. of Agri. Eco.* 25 (2): 129-145.
- KENNEDY, J. O. S., WEBSTER, J. P. G. (1975): «Measuring Farmers' Trade offs Between Expected Income and Focus Loss.» *Am. J. of Agri. Eco.* 27 (1): 97-106.
- KEYNES, J. N. (1890): *The Scope and Method of Political Economy.* 4th Edition, reprint by Mc KELLEY, New York, 1965.
- KING, G. A., SCHRADER, L. F. (1963): «Regional Location of Cattle Feeding. A Spatial Equilibrium Analysis.» *Hilgardia.* 34 (10): 331-416.
- KIRBY, M. J. L. (1970): The Current State of Chance Constrained Programming. *Proceedings of Princeton Symposium of Mathematical Programming*, edited by KUHN, H. W., Princeton University Press, Princeton, N. J.: 93-111.
- KOOPMANS, T. C. (1951): *Activity Analysis of Production and Allocation.* John Wiley, New York.
- KOSSOV, V. (1963): «Voz moznoe problemi agregirovanija v mezotraslevom balanse.» *Voprozy Ekonimiki*, vol. 6, pp. 101-107.
- KREHER, C. (1955): *Leistungszahlen für Arbeitsvoranschläge und der Arbeitvoranschlag im Bauern hof.* Herausgeber und Verlag, Stuttgart.
- LANGVATN, H. (1962): *Produktionstilpasning i norsk jordbruk et fosck pa noering sokonomisk programmering.* Norwegian Land Economics Institute, research bulletin n.º 27, Oslo.
- LEE, J. E. (1966): «Exact Aggregation. A Discussion of Miller's Theorem.» *Agri. Eco. Res.* 18 (2): 58-61.
- LEFORT, G., SEBILLOTTE, M. (1964): «Construction d'un programme linéaire pour l'étude du meilleur système de production, et son application aux aléas climatiques.» *Comptes rendus des séances de l'Académie d'Agriculture de France.* 50 (1): 932-945.
- LERNER, A. P. (1960): *Microeconomics and Macroeconomics. In Logic, Methodology and Philosophy of Sciences.* Proceedings of the 1960

- International Congress. NAGEL, E., SUPPES, D., TARSKI, A. (editors), Stanford University Press, Stanford (California).
- LINS, D. A. (1969): «An Empirical Comparison of Simulation and Recursive Linear Programming Firm Growth Models.» *Agri. Eco. Res.* 21 (1): 7-12.
- LOW, A. R. C. (1974): «Decision Taking under Uncertainty: A Linear Programming Model of Peasant Farmer Behaviour.» *J. of Agri. Eco.* 25 (3): 311-322.
- Mc FARQUHAR, A. M. M. (1961): «The Marginal Value Product of Circulating Capital in Farming: Implication for British and New Zealand Case.» *The Farm Economist.* 9 (11): 574-595.
- Mc GUIRE, C. B., RADNER, R. (1972): Decision and Organization. North Holland Publishing Co., Amsterdam.
- Mc INNERY, J. P. (1967): «Maximin Programming. An Approach to Farm Planning.» *J. of Agri. Eco.* 18 (2): 269-278.
- MALINVAUD, E. (1956): «L'aggregation dans les modèles économiques.» *Cahiers du Séminaire d'économétrie du CNRS*, n.º 4, pp. 70-143.
- MARCEAU, I. W., BAKER, C. B., TONGATE, R. E., SCOTT, J. T. (1971): A Computer Assisted Method for Individual Farms. University of Illinois College of Agriculture, Special Publication n.º 20.
- MARENCO, G. (1969): «Exact Aggregation with Linear Programming Models: A Note on the Sufficient Conditions Proposed by R. H. Day.» *Am. J. of Agri. Eco.* 51 (3): 684-686.
- MARKOWITZ, H. (1952): «Portfolio Selection.» *Journal of Finance.* 7 (3): 82-92.
- MERRIL, W. C. (1965): «Alternative Programming Involving Uncertainty.» *J. of Farm Eco.* 47 (3): 595-610.
- MICHELL, R. L., BLACK, J. D. (1951): Interregional Competition in Agriculture, with Special Reference to Dairy Farming in the Lake States and New England, Harvard University Press, Cambridge (USA).
- MILLER, T. A. (1966): «Sufficient Condition for Exact Aggregation in Linear Programming Model.» *Agri. Eco. Res.* 18 (2): 52-57.
- MORISHIMA, M., SETON, E. (1961): «Aggregation in Leontief Matrices, and the Labour Theory of Value.» *Econometrica.* 29 (1): 203-220.
- MUDAHAR, M. S. (1971): A Dynamic Microeconomic Analysis of the Agricultural Sector: The Punjab. Paper presented at the 5th International Conference on Input Output Techniques, Geneva, Switzerland, January 11-15 (available: SSRI, the University of Wisconsin).
- MUTO, K. (1965): «Predicting Acreage of Major Crops in New York State Using Recursive Programming.» *Bulletin of the National Institute of Agricultural Sciences.* N.º 32, pp. 63-113.
- NERLOVE, R. (1958): The Dynamic of Supply. John Hopkin press, Baltimore.
- NAYLOR, T. H., FINGER, J. M. (1967): «Verification of Computer Simulation Models.» *Mgt. Sci. (B)*, 14 (2): 92-101.
- OLSON, R. (1972): «A multiperiod Linear Programming Model for Stu-

- dies for the Growth Problem of the Agricultural Firm.» *Swedish journal of agricultural research*. 2: 137-151.
- ONIGKEIT, D. (1965): Linear Programming and Interregional Structure Problems in Agriculture, mimeo, meetings of the Institute of Management Sciences, Vienna.
- PANT, S. P., TAKAYAMA, T. (1971): An Investigation of Agriculture Planning Models: A Case Study of India Food Economy. In JUDGE, G. G., TAKAYAMA, T. (editors): *Studies in economic planning over space and time*, North Holland Publishing Co., Amsterdam.
- PARIS, Q., RAUSSER, G. C. (1973): «Sufficient Conditions for Aggregation of Linear Programming Models.» *Am. J. of Agri. Eco.* 55 (4): 659-666.
- PLAXICO, J. S. (1961): Discussion of Interregional Competition or Spatial Equilibrium Models in Farm Supply Analysis. In HEADY, E. O., BAKER, C. B., DISSLIN, H. G., KEHRBERG, E., STANFORD, S. (editors): *Agricultural Supply Functions*. Iowa State University Press, Ames (Iowa): pp. 227-230.
- PEARSE, R. A. (1973): «Specifying a Polyperiod Development Program for a Family Farm.» *Oxford Agrarian Studies*. 2 (1): 60-80.
- PODKAMINER, L. (1973): «Toward a Theory for a Practical Optimization Model for a Farm.» *Oxford Agrarian Studies*. 2 (2) (New Series): 99-119.
- PLYE, D. H., TURNOVSKI, S. J. (1970): «Safety First and Expected Utility Maximization in Mean Standard Deviation Portfolio Analysis.» *Review of economics and statistics*. 52 (1): 75-81.
- RADNER, R. (1959): «The Application of Linear Programming to Team Decision Problems.» *Mgt. Sci.* 5 (2): 143-150.
- RENBORG, U. (1963): Planning under Risk and Uncertainty, including the Relevance of Suboptimal Programming. In IBM European Education Center: *Modern Tools and Methods in Farm Economics*. Mimeo, IBM, Blaricum (Nederland).
- RICKARDS, P. A., MUSGRAVE, W. F. (1965): «Farm Planning, Linear Programming and Soil Heterogeneity.» *Review of Marketing and Agricultural Economics*. (Sydney), 33 (4): 190-213.
- ROY, A. D. (1952): «Safety First, and The Holding of Assets.» *Econometrica*. 29 (3): 431-449.
- SAMUFLSON, P. A. (1952): «Spatial Price Equilibrium and Linear Programming.» *The Am. Eco. Review*. 42 (2): 282-303.
- SHACKLE, G. L. S. (1948): *Expectations in Economics*. Cambridge University Press, Cambridge (England).
- SHAPIRO, H. T. (1973): «Is Verification Possible? The Evaluation of Large Economic Models.» *Am. J. of Agri. Eco.* 55 (2): 250-258.
- SCHALLER, W. N., DEAN, G. W. (1965): «Predicting Regional Crop Production: An Application of Recursive Programming.» *USDA - ERS technical bulletin* n.º 1329, Washington.
- SHEEHY, S. J., Mc ALEXANDER, R. H. (1965): «Selection of Representen-

- tative Benchmark Farms for Supply Estimation.» *J. of Farm Eco.* 47 (3): 681-695.
- SIMMONNARD, M. (1962): *Programmation linéaire*. Dunod, English translation published by Mc Millan, New York, 1966.
- SIMMONNARD, M., CHOUTET, X. (1973): *Programmation linéaire*, Dunod, Paris.
- STEWART, J. P. (1961): «Farm Operating Capital as a Constraint. A Problem on the Application of Linear Programming. *The Farm Economist*.» 9 (10): 463-471.
- STRICKLAND, R. P. (1973): «Alternative Analysis of Farm Growth.» *Agri. Eco. Res.* 25 (4): 99-105.
- SWANSON, E. R. (1968): Programmed Normative Agricultural Supply Response: Establishing Farm Regional Links. Paper presented at the Seminar on economic models and quantitative methods for decision and planning in agriculture. Kesthely, Hungary, June 24 to July 3.
- TAKAYAMA, T. J., JUDGE, G. G. (1964, a): «Spatial Equilibrium and Quadratic Programming.» *J. of Farm Eco.* 46 (1): 67-93.
- TAKAYAMA, T. J., JUDGE, G. G. (1964, b): «Interregional Activity Analysis Model.» *J. of Farm Eco.* 46 (2): 349-365.
- TAKAYAMA, T. J., JUDGE, G. G. (1964, c): «An Intertemporal Price Equilibrium Model.» *J. of Farm Eco.* 46 (2): 447-486.
- THEIL, H. (1966): *Applied Economic Forecasting*. North Holland Co., Amsterdam.
- THEIL, H. (1957): «Linear Aggregation in Input/Output Analysis.» *Econometrica*. 25 (1): 111-122.
- TONGATE, R. (1969): Requirements for Adapting Linear Programming Models for Mass Use - Paper presented at a seminar on Computer Assisted Planning Methods for Individual Farms: Research and Development. University of Illinois.
- TSURUMI, H. (1973): «A Comparison of Econometric Macro Models in Three Countries.» *The Am. Eco. Review*, 63 (2): 394-401.
- WALKER, O. J., MARTIN, J. R. (1968): «Firm Growth Research Opportunities and Techniques.» *J. of Farm Eco.* 48 (6): 1522-1531 n.º 6 (Dec.).
- WAUGH, F. V. (1951): «The Minimum Cost Dairy Feed.» *J. of Farm Eco.* 33 (2): 299-310.
- WEIDLMAIER, H. (1973): «Probleme der Formulierung und Verifikation Quadratischer Gleichgewichts Modelle.» *Agrarwirtschaft*, 22 (6): 218-231.
- WEINSCHENCK, G., HENRICHSMEYER, W. (1966): «Zur Theorie und Ermittlung des Räumlichen Gleichgewichts der Landwirtschaftlichen Produktion.» *Berichte über Landwirtschaft*, 44: 201-239.
- WINKELMAN, D. (1972): *Comportement du fermier traditionnel: Maximisation des revenus et mécanisation*. OCDE, Paris.
- YARON, D. (1963): «Application of Mathematical Programming to National Planning in Agriculture.» *The Farm Economist*. 10 (6): 256-264.
- YARON, D., PLESSNER, Y., HEADY, E. O. (1965): «Competitive Equilibrium. Application of Mathematical Programming.» *Canadian J. of Agr. Eco.* 13 (2): 65-79.
-



### SUMMARY

*In this article a critical revision is made of the application of lineal programming with regard to the agrarian sector in countries without a planned economy.*

*Starting from the description of the first applications of lineal programming three fundamental directions of posterior development are outlined.*

— *Essentially regulating models for the management of agricultural enterprises.*

— *Aggregate models of agrarian policy also regulating.*

— *Descriptive models at Standards management level but susceptible to aggregation.*

*The author after examining in detail the methodological peculiarities as well as the connections between these different approaches, concludes that lineal planning far from being an absolutely «known» technique with a field of application perfectly defined, it presents instead serious questions.*

*In any case, it also results evident that this methodological approach, constitutes a potent analytical instrument in the agrarian sector.*

### RESUMÉ

*Dans ce travail on aborde une révision critique de l'application de la Programmation Linéaire à l'analyse du secteur agricole dans des pays à économie non planifiée.*

*A partir de la description des applications initiales de la P. L., on esquisse trois directions fondamentales à son développement postérieur.*

— *Modèles de gestion de l'entreprise agricole, essentiellement normatifs.*

— *Modèles mixtes de Politique Agricole, aussi normatifs.*

— *Modèles descriptifs au niveau de l'entreprise, mais susceptibles d'agrégation.*

*Après avoir examiné en détail les particularités méthodologiques et leurs coïncidences avec ces divers points de vues, l'auteur conclut que la P. L., loin d'être une technique absolument «connue» et d'avoir bien défini ses champs d'application, présente, au contraire, des sérieux points d'interrogation. En tous cas, il résulte évident que cette attitude méthodologique constitue un puissant instrument analytique au service du secteur agricole.*

