Métodos de valoración basados en la programación por metas: modelo de valoración restringida (*)

JERÓNIMO AZNAR BELLVER (**)

FRANCISCO GUIJARRO MARTÍNEZ (**)

1. ANTECEDENTES Y JUSTIFICACIÓN

La investigación en valoración agraria ha sido una de las más fructíferas en el campo de la economía agraria. Así, podemos encontrar diferentes trabajos en el marco teórico, como los de Ballestero (1973), Ballestero y Caballer (1982) y Romero (1977) sobre la caracterización analítica del método Beta en el contexto valorativo, y cuyo desarrollo ha continuado en García *et al.* (1999), García *et al.* (2002), García *et al.* (2003) y Herrerías *et al.* (2001).

También en el campo metodológico son destacables los artículos de Alonso (1989), Alonso y Serrano (1997) y Caballer y Aznar (2004), que aplican diferentes métodos multicriterio para la selección de fincas rústicas y la valoración agraria, respectivamente.

En otro ámbito se encuadrarían los trabajos de Calatrava y Cañero (2000) y Segura *et al.* (1998), que emplean los métodos econométricos, y el de Cañas *et al.* (1994) que sigue la línea iniciada por Ballestero (1973) al aplicar el método Beta para la valoración de tierras de diferentes comarcas cordobesas.

El presente artículo pretende avanzar en la proposición de nuevas líneas de investigación metodológicas aplicadas al campo de la valoración agraria, para lo que se propone la utilización de una técnica

(*) *Los autores quieren agradecer las sugerencias realizadas por los evaluadores, que han contribuido a la mejora de la versión inicial de este trabajo.*

(**) *Departamento de Economía y Ciencias Sociales. Universidad Politécnica de Valencia.*

– Estudios Agrosociales y Pesqueros, n.º 204, 2004 (pp. 29-45).

multicriterio, la programación por metas (*Goal Programming*), como solución para aquellos casos de valoración en los que la muestra puede verse gravemente afectada por la presencia de observaciones anómalas, o para aquellas situaciones en las que se precise modelizar restricciones no parametrizables bajo los métodos sintéticos tradicionales o la regresión por mínimos cuadrados. De esta manera, se hacen coincidir dos de las vías de investigación reseñadas, valoración agraria y metodología multicriterio, con el objetivo de obtener sinergias que potencien su aplicación práctica. Al resultado de esta combinación lo hemos denominado *modelo de valoración restringido.*

El resto del trabajo se estructura como sigue. En el epígrafe 2 se realiza una comparación entre los modelos de regresión por valor absoluto mínimo y mínimos cuadrados ordinarios. En el epígrafe 3 se introduce el modelo de valoración restringido básico, mientras que el epígrafe 4 se dedica a presentar diferentes extensiones del mismo. Para comparar la bondad de estos modelos se diseña, en el epígrafe 5, el índice de adecuación. Finalmente, se ofrece un ejemplo numérico que permite evidenciar las diferencias entre los principales modelos presentados (epígrafe 6) y se resumen las conclusiones del trabajo (epígrafe 7).

2. VALOR ABSOLUTO MÍNIMO FRENTE A MÍNIMOS CUADRADOS

La regresión por mínimos cuadrados ordinarios (ordinary least squares-OLS) es sobradamente conocida, pudiendo encontrar gran cantidad de referencias sobre su aplicación en el campo de la valoración agraria (Caballer y Moya, 1998; Calatrava y Cañero, 2000; Cañas *et al.*, 1994; Segura *et al.*, 1998). La elección de OLS (norma L_2) frente a otras variantes de regresión, como las aquí propuestas, habría que buscarla en el hecho de haberse constituido tradicionalmente como la única técnica capaz de manejar eficientemente gran cantidad de datos debido a su facilidad de cálculo.

La estimación por valor absoluto mínimo (least absolute value-LAV) fue propuesta con anterioridad a OLS por el matemático astrónomo y físico jesuita Roger Boskovich, aproximadamente 50 años antes de la aparición del trabajo de Legendre sobre mínimos cuadrados en 1805. La complejidad de su cálculo impidió su aplicación práctica hasta la aparición de la técnica de programación por metas, que ha constituido la solución computacional más eficiente para resolver la estimación de la regresión LAV.

Esta técnica no se encuentra limitada a la resolución de ajustes basados en la norma L_1, como la regresión LAV, sino que también puede aplicarse a las de orden superior, como L_∞ (minimización de la desviación máxima o MINMAX), o a la aproximación lineal de normas intermedias entre L_1 y L_∞.

La primera aplicación práctica de LAV utilizando la técnica matemática de programación lineal fue diseñada para estimar la compensación económica óptima con que dotar a los directivos de una empresa (Charnes *et al.*, 1955); modelo que finalmente fue bautizado como programación por metas (Charnes y Cooper, 1961) y que transformó a LAV en un problema tratable desde un punto de vista computacional.

LAV presenta una serie de ventajas sobre OLS:

a) En un plano teórico, Bassett y Koenker (1978) demostraron la superioridad de LAV frente a OLS en aquellos casos en que la mediana resultaba ser un mejor indicador de posición que la media. Diferentes autores corroboran la mayor consistencia de las estimaciones LAV cuando en la muestra se incluyen datos anómalos (Hunt *et al.*, 1974; Rosenberg y Carlson, 1977). La presencia de los mismos puede afectar muy negativamente a la técnica OLS, por lo que en ocasiones son eliminados antes de proceder con la estimación. Eliminar la información de estos testigos anómalos supone prescindir, en algunos casos, de una parte importante de la muestra, por lo que resulta conveniente emplear técnicas como LAV, que no ven afectadas sus estimaciones tan severamente como OLS.

   La presencia de datos anómalos en la muestra es algo habitual en el campo de la valoración agraria. Este hecho podría encontrar justificación bajo la teoría de la valoración subjetiva (Caballer, 1998), según la cual un activo puede alcanzar valores fuera de mercado no por sus características intrínsecas, sino por la disposición que puedan adoptar comprador y/o vendedor en el momento de la transacción.

   La caracterización analítica del comportamiento de los estimadores LAV puede encontrarse en la teoría asintótica expuesta en Bassett y Koenker (1978) y Koenker y Bassett (1978), además de en Dielman (1984). Este último analizó el tamaño mínimo de una muestra para poder aplicar inferencia estadística basada en la distribución normal (Dielman y Pfaffenberger, 1988). De sus resultados se extrae que en el caso de que los residuos de la estimación se distribuyan de forma normal, sería suficiente un tamaño muestral de 20 casos, mientras que con presencia extrema de datos anómalos, la muestra podría necesitar de hasta 200 observaciones.

Asímismo, se ha demostrado la superioridad de LAV frente a OLS cuando los residuos siguen cualquier tipo de distribución excepto la normal, como Cauchy o Laplace (Dielman, 1986; Hunt *et al.*, 1974; Rosenberg y Carlson, 1977).

b) Además de la mayor robustez de la estimación LAV frente a OLS, también es destacable la cualidad de poder incluir restricciones, a través de su implementación mediante programación por metas, que permitan controlar valores inadmisibles en los coeficientes del modelo (errores de especificación), tal y como señalan Charnes *et al.* (1986) (1).

Existen diversas clases de restricciones que pueden ser empleadas para reflejar diferentes estados de conocimiento a priori. Por ejemplo, el signo de alguno de los coeficientes de las variables explicativas puede ser determinado a priori, a partir de la experiencia del valorador, eliminando la posibilidad de que el modelo lo ajuste de forma equivocada generando problemas de multicolinealidad.

Precisamente, en una de las escasas aplicaciones de los modelos LAV mediante programación por metas al campo de la valoración (Caples *et al.*, 1997) se evidencia una clara multicolinealidad entre las variables exógenas por no restringir el signo de alguno de los coeficientes. En concreto, al obtener un modelo de valoración para viviendas, se obtiene un coeficiente negativo para el número de metros cuadrados libres (–0,03) y positivo para el número de metros cuadrados totales (0,02). La solución, bajo el enfoque OLS clásico, pasaría por eliminar una de estas variables en el modelo definitivo, mientras que al utilizar la técnica de programación por metas podemos obligar al modelo a tomar coeficientes no negativos en ambas variables.

Finalmente, para profundizar en la técnica de programación por metas, pueden consultarse diferentes artículos y manuales recopilatorios de los principales avances metodológicos y prácticos aparecidos desde 1955 (Aouni y Kettani, 2001; Ignizio y Cavalier, 1994;

(1) *En las conclusiones, los autores escriben: «The ability to use overlapping criteria without worryng about collinearity and similar difficulties, although important, is not so important as the need for avoiding inadmissible regressand values wich can destroy the confidence of all parties in a wage setting or employee evaluation context».* (*Charnes et al., 1986, p. 155*).

Romero, 1991; Schniederjans, 1995; Tamiz *et al.*, 1998). También puede encontrarse una extensa referencia bibliográfica de la estimación por valor absoluto mínimo en Dielman (1984).

3. VALOR ABSOLUTO MÍNIMO MEDIANTE PROGRAMACIÓN POR METAS: MODELO DE VALORACIÓN RESTRINGIDO

Utilizando la formulación de Charnes y Cooper (1977), un modelo básico de programación por metas tendría la forma de [1]:

$$\min_{\beta} \sum_{j=1}^{n} \left| y_j - \sum_{i=1}^{m} \beta_i x_{ij} \right| \qquad [1]$$
$$\beta \in B$$

donde y_j representa el valor de la meta j, con j=1...n siendo n el número total de metas; x_{ij} representa el valor de la variable o criterio i en la meta j, con i=1...m siendo m el número total de variables; y β_i el coeficiente asociado a la variable x_i. El conjunto B incluiría las restricciones de las que tienen que obtenerse los valores del vector de coeficientes β.

El modelo anterior puede ser transformado, ignorando las restricciones adicionales en B, en un modelo equivalente [2]:

$$\min \sum_{j=1}^{n} (n_j + p_j)$$
$$\text{sujeto a } \sum_{i=1}^{m} \beta_i x_{ij} + n_j - p_j = y_j,$$
$$n_j - p_j = 0, \quad j = 1...n,$$
$$n_j, p_j \geq 0$$

[2] modelo LAV no restringido en signo

en el que la superación por parte de una meta j de su nivel de aspiración y_i es recogida por la variable p_j (desviación positiva), mientras que la no consecución de la meta viene cuantificada por la variable n_j (desviación negativa). La restricción no lineal $n_j p_j = 0$, necesaria para mantener la equivalencia con la estimación LAV, puede ser eliminada de [2] de manera que se siga asegurando un óptimo global, pero ahora con un programa lineal.

Una de las características del modelo básico de programación por metas [2] es que sus estimaciones se corresponden con las de un hiperplano que se ajusta perfectamente a un mínimo de m observaciones (Bassett, 1997).

La adaptación de [2] a un contexto valorativo es inmediata, sin más que identificar a y con el vector de precios observados en los activos de la muestra (testigos), a x con el vector de variables explicativas del precio, y a β con el vector de coeficientes no restringidos en signo a estimar (2). Con ello se obtiene el primer modelo de valoración restringido, del que ofrecemos extensiones en éste y el siguiente epígrafe.

Tal y como comentábamos con anterioridad, en determinados contextos puede resultar adecuado que el valorador incluya en el modelo la estimación a priori del signo de alguna de las variables explicativas, en cuyo caso podríamos segmentar este conjunto en tres grupos: el de variables a priori relacionadas positivamente con el precio, el de variables a priori relacionadas negativamente con el precio, y el de variables cuyo signo no sepa determinarse con certeza. Si además se considera la posibilidad de incluir una constante, el modelo queda como [3]:

$$\min \sum_{j=1}^{n} (n_j + p_j)$$

$$\text{sujeto a } \beta_0 \sum_{i=1}^{\delta} \beta_i^+ x_{ij} - \sum_{i=\delta+1}^{\gamma} \beta_i^- x_{ij} + \sum_{i=\gamma+1}^{m} (\beta_i^+ x_{ij} - \beta_i^- x_{ij}) +$$

$$+ n_j - p_j = y_j, \quad j = 1 \ldots n, \quad n_j, p_j \geq 0$$

[3] modelo LAV restringido en signo

donde las variables explicativas del precio se han agrupado en las de relación positiva (1...δ), las de relación negativa (δ + 1... γ), y las de relación indeterminada (γ + 1...m). El coeficiente β_0 recogería el valor de un activo cuando las variables explicativas toman simultáneamente el valor cero.

4. ESPECIFICACIÓN DE MODELOS ALTERNATIVOS: MINMAX, EXTENDIDO, Y METAS PONDERADAS

Los modelos del epígrafe anterior constituyen los modelos de valoración restringidos básicos, utilizando la técnica de programación por metas para realizar estimaciones por regresión con valor absoluto mínimo.

Especificaciones alternativas a este modelo básico pueden derivarse del trabajo de Romero (2001), según las características que el valorador pretenda modelizar.

(2) *La no restricción en signo de los coeficientes coincide con la planteada en la regresión por mínimos cuadrados, de manera que la decisión sobre el signo de los coeficientes queda supeditada a la obtención del mejor ajuste posible.*

Así, podemos aplicar el modelo [4], conocido como MINMAX (3), en el que en lugar de minimizar la suma de los residuos, lo que se minimiza es la distancia máxima (d) a cualquiera de ellos (norma L_∞). Con ello el valorador se asegura de encontrar un modelo lo más balanceado posible entre todos los testigos seleccionados en la muestra (Romero, 2001).

$$\begin{aligned}
&\min\ d \\
&\text{sujeto a } \beta_0 + \sum_{i=1}^{\delta} \beta_i^{+} x_{ij} - \sum_{i=\delta+1}^{\gamma} \beta_i^{-} x_{ij} + \sum_{i=\gamma+1}^{m} (\beta_i^{+} x_{ij} - \beta_i^{-} x_{ij}) + \\
&+n_j - p_j = y_j, \\
&n_j + p_j \le d, \quad j = 1 \ldots n, \\
&n_j, p_j \ge 0
\end{aligned} \qquad \text{[4] modelo MINMAX}$$

De esta manera, el modelo planteado es, entre los considerados, el más sensible a la presencia de datos anómalos, por lo que su utilización práctica debería reducirse a aquellos casos en los que pueda asumirse una homogeneidad muestral suficiente.

La desviación máxima, d, se encuentra expresada en valores absolutos, lo que puede sesgar las estimaciones en caso de encontrarnos ante una muestra de testigos con un rango amplio de precios. Una alternativa consiste en expresar esta desviación en términos relativos, sustituyendo la restricción $n_j + p_j \le d$ por $n_j + p_j \le dy_j$.

También puede resultar interesante adoptar una posición intermedia entre los modelos [3] y [4], para lo que puede emplearse [5], conocido en el contexto de la programación por metas como modelo extendido. Se trata de un modelo parametrizable donde, a través del valor imputado a λ ($0 \le \lambda \le 1$), se determina qué peso asignar a cada una de las alternativas presentadas con anterioridad: minimización de la suma de las desviaciones o minimización de la desviación máxima. Los casos extremos vienen dados por los valores $\lambda = 1$ y $\lambda = 0$, que se corresponden con las formulaciones del modelo básico [3] y el MINMAX [4], respectivamente.

$$\min \left[(1-\lambda)d + \lambda \sum_{j=1}^{n} (n_j + p_j) \right]$$

(3) *En lo que resta de trabajo únicamente se desarrollan las versiones restringidas en signo de los modelos.*

$$\begin{aligned}&\text{sujeto a } \beta_0 + \sum_{i=1}^{\delta}\beta_i^{+}x_{ij} - \sum_{i=\delta+1}^{\gamma}\beta_i^{-}x_{ij} + \sum_{i=\gamma+1}^{m}(\beta_i^{+}x_{ij} - \beta_i^{-}x_{ij}) +\\ &+n_j - p_j = y_j, \quad j = 1...n,\\ &(1-\lambda)(n_j + p_j) \le d\\ &n_j, p_j \ge 0\end{aligned}$$

[5] modelo extendido

Por último, y aunque fuera el primero en aparecer cronológicamente, se presenta el modelo de programación por metas ponderadas. Se trata de un modelo especialmente indicado para el campo de la valoración, ya que permite ponderar cada testigo con un peso diferente a la hora de realizar la estimación LAV.

Si, por ejemplo, se trata de estimar el valor de determinada explotación agraria, y se conoce el valor de compraventa real producido por la transacción reciente de otra explotación de exactamente las mismas características, el precio estimado para la explotación problema debería coincidir con el observado en la testigo. Pues bien, el modelo que proponemos hace uso de esta filosofía, ponderando en mayor medida aquellos testigos que más se asemejan al activo problema, e infravalorando el peso de los testigos más «distantes».

No se trata de obtener una ecuación general de valoración, sino de estimar el valor del activo problema utilizando unos coeficientes que serían diferentes si el activo problema fuera otro. De esta manera se modifica el enfoque clásico de los modelos econométricos de valoración, cuyo objetivo es obtener un modelo de valoración general que sirva no solo para valorar el activo problema, sino cualquier otro cuyos atributos (variables) se muevan en el rango delimitado por el resto de testigos incluidos en la muestra.

Puesto que cada variable explicativa puede venir expresada en unidades diferentes, es necesario practicar una normalización entre los pesos asignados a cada testigo, según se formula en la función objetivo de [6]:

$$\begin{aligned}&\min \sum_{j=1}^{n} \frac{n_j + p_j}{\sum_{i=1}^{m} \frac{\left|x_{ij} - x_i^{p}\right|}{x\min_i - x\max_i}}\\ &\text{sujeto a } \beta_0 + \sum_{i=1}^{\delta}\beta_i^{+}x_{ij} - \sum_{i=\delta+1}^{\gamma}\beta_i^{-}x_{ij} + \sum_{i=\gamma+1}^{m}(\beta_i^{+}x_{ij} - \beta_i^{-}x_{ij}) +\\ &+n_j - p_j = y_j, \quad j = 1...n,\\ &n_j, p_j \ge 0\end{aligned}$$

[6] modelo ponderado

donde x^p es el vector de variables explicativas observado en el activo problema, y xmin (xmax) es el vector que recoge los valores mínimos (máximos) observados en la muestra para las m variables explicativas. Obsérvese que este modelo no añade restricciones a las contempladas en [3].

El modelo [6] también puede ser fácilmente planteado en las variantes MINMAX y extendida.

5. EL ÍNDICE DE ADECUACIÓN

A la hora de comparar la bondad de diferentes modelos de programación por metas, puede hacerse uso de un ratio al que hemos denominado índice de adecuación (I_a). Se trata de enfrentar la solución obtenida mediante el modelo de programación por metas con la que se obtendría con una solución ingenua (naive) del problema. Esta última sería la que aplicaría el valorador cuando la única variable conocida para la muestra de testigos fuera el precio, de manera que el valor estimado para cualquier activo problema sería el obtenido como promedio entre el conjunto de testigos de la muestra. El índice de adecuación se obtendrá a partir de la relación entre la suma de desviaciones de uno y otro modelo [7]:

$$I_a = \left(1 - \frac{z}{z'} \times 100\right) \qquad [7]$$

donde z recoge la suma del conjunto de variables de desviación para el modelo de valoración restringido (4)

$$z = \sum_{j=1}^{n} n_j + p_j = \sum_{j=1}^{n} \left|\hat{y}_j - \bar{y}\right| \qquad [8]$$

y z' la suma de errores absolutos en el modelo *naive*

$$z' = \sum_{j=1}^{n} \left|y_j - \bar{y}\right| \qquad [9]$$

De esta manera, el índice de adecuación puede fluctuar entre 0 y 100, con valores más próximos al límite superior cuanto más ajustado resulte el modelo.

(4) *En cualquiera de sus variantes.*

6. UN EJEMPLO NUMÉRICO

En el presente epígrafe se aplican los modelos introducidos en epígrafes anteriores sobre una muestra compuesta por 21 fincas citrícolas de la variedad de mandarina clementina de Nules, situadas en la comarca valenciana de La Ribera, de similares características y de las que se tiene su precio por compraventa reciente (años 2002 y 2003). Como variables exógenas se han recogido la producción (kg/ha), el riesgo de helada (medido como porcentaje), y la calidad del suelo (medido en la escala 1 a 10). Mientras que los datos sobre producción se han extraído de los propios estados contables de las fincas analizadas en la muestra, para la determinación del riesgo de helada se han tomado como referencia los años de helada de la última década registrados en el observatorio meteorológico de la comarca de la Ribera Alta de Valencia. Respecto de la calidad del suelo, su determinación ha sido llevada a cabo por un experto valorador por observación visual de las parcelas.

Tras realizar un análisis de correlación de Pearson entre el precio y las 3 variables explicativas reseñadas, se han obtenido coeficientes estadísticamente significativos y con los signos a priori previsibles: positivo para producción y calidad del suelo, negativo para el riesgo de helada (véase cuadro 1).

Cuadro 1

ANÁLISIS DE CORRELACIÓN

		Precio	Producción	Riesgo helada	Calidad suelo
Precio	Correlación de Pearson	1	,819 (**)	–,540 (*)	,666 (**)
	Sig. (bilateral)		,000	,012	,001
	N	21	21	21	21
Producción	Correlación de Pearson	,819 (**)	1	–,665 (**)	,677 (**)
	Sig. (bilateral)	,000		,001	,001
	N	21	21	21	21
Riesgo helada	Correlación de Pearson	–,540 (*)	–,665 (**)	1	–,784 (**)
	Sig. (bilateral)	,012	,001		,000
	N	21	21	21	21
Calidad suelo	Correlación de Pearson	,666 (**)	,677 (**)	–,784 (**)	1
	Sig. (bilateral)	,001	,001	,000	
	N	21	21	21	21

(**) La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).
(*) La correlación es significante al nivel 0,05 (bilateral).

Una vez constatada la relación significativa entre el precio y las variables explicativas, se ha procedido a estimar los diferentes modelos desarrollados en el trabajo mediante la técnica de programación por metas, exceptuando el modelo extendido por presentar múltiples soluciones según el valor asignado al parámetro λ. Los resultados, obtenidos con el paquete Lingo en su versión 8.0, aparecen en el cuadro 2, en cuya última fila se ha incluido el índice de adecuación para cada uno de los modelos. También se presentan los resultados de la estimación OLS, obtenidos con el paquete estadístico SPSS. Para este último caso, y con objeto de evitar la problemática relacionada con la eliminación del término independiente en los modelos de regresión OLS, se ha seguido la metodología expuesta en Novales (1996, pp. 504-505).

El resultado de la regresión por mínimos cuadrados obtiene una única variable con significación estadística: producción. El modelo ha resultado ser significativo en su conjunto a un nivel del 99 por ciento (F=38,7), con un coeficiente de determinación ajustado del 65,34 por ciento.

Al aplicar el modelo LAV sin restricciones en el signo de los coeficientes, todas las variables obtienen coeficientes no nulos y positivos, lo que en el caso del riesgo de helada denota multicolinealidad. Obviamente, este modelo obtiene el índice de adecuación más elevado (54,92), por encima de OLS (5) y del resto de modelos (que sí incluyen restricciones).

Cuadro 2

RESUMEN DE RESULTADOS

	OLS	[2] LAV no restringido en signo	[3] LAV restringido en signo	[4] MINMAX	[4]' MINMAX relativo	[6] ponderado caso 1	[6] ponderado caso 2
Constante	0	2.804,21	21.360	0	0	3.600	28.400
Producción (kg/ha)	1,648	0,947	0,6	1,643	1,610	1,2	0,333
Calidad del suelo	0	2.160	1.680	0	0	1.440	2.000
Riesgo de helada	0	39.410,53	0	–25.099,22	–19.452,75	0	0
Índice de adecuación	22,18	54,92	50,67	39,39	38,45	48,73	49,97

(5) Esto siempre será así, puesto que OLS minimiza la suma de las desviaciones al cuadrado y LAV la suma de los errores absolutos.

Al restringir el signo del riesgo de helada en consonancia con el análisis de correlación del cuadro 1, se obtiene un coeficiente nulo para esta variable, y el índice de adecuación desciende hasta 50,67.

Al utilizar la norma L_∞ se obtiene una desviación máxima de 4.169 u.m. en términos absolutos (modelo MINMAX), y 8,54 por ciento en términos relativos (modelo MINMAX relativo). En ambos casos, la calidad del suelo pasa a tener un coeficiente nulo, mientras que el riesgo de helada ahora lo tiene negativo. La utilización de estos dos modelos puede resultar útil a la hora de detectar posibles datos anómalos, que serán aquellos cuyos residuos coincidan, en valor absoluto o relativo, con los indicados anteriormente. Para el modelo con desviación máxima absoluta, resultan ser las fincas 1, 7 y 14; mientras que para el modelo con desviación máxima relativa son las fincas 1, 4 y 14. Se comprueba como se produce una permuta entre las fincas 7 y 4, según se considere el modelo con diferencias absolutas o relativas. Debemos mencionar que el testigo 14 también obtiene el mayor residuo en OLS (6.842 €/ha), seguido por los testigos 9 (6.265 €/ha), 15 (4.631 €/ha) y 21 (4.287 €/ha). Así pues, la finca 14 se convertiría en la candidata principal a ser considerada anómala, pues aparece en los tres modelos presentados.

Para la aplicación del modelo LAV mediante programación por metas ponderadas, se simularon dos situaciones con diferente activo problema a valorar. En el primero de ellos (caso 1) se trataba de una finca con una producción de 34.200 kg/ha, riesgo de helada del 10 por ciento y calidad del suelo 5; mientras que para el segundo (caso 2) se utilizó una producción de 35.500 kg/ha, un riesgo de helada del 15 por ciento, y una calidad del suelo 8. En los resultados se observa como los coeficientes varían sustancialmente de una solución a otra, como consecuencia de la «adaptación» del modelo a las características propias de la finca problema. Sin embargo, el índice de adecuación es similar en ambos casos, lo que viene explicado por el rango de valores alcanzados por el denominador de la función objetivo en [6]. Si para la expresión:

$$\sum_{i=1}^{m} \frac{\left| x_{ij} - x_i^p \right|}{x\min_i - x\max_i}$$

se obtiene un rango de valores muy estrecho, la adaptación del modelo al activo a valorar puede resultar poco relevante, aunque cambien los coeficientes de la función de valoración. Por este motivo, los índices de adecuación serán poco sensibles a las características del activo a valorar. Una formulación alternativa de [6] consistiría en escalar el denominador a través de un parámetro μ, lo que permitiría al valorador graduar el nivel de afinidad entre la función de valoración y las características del activo a valorar. Obviamente, el valor del índice de adecuación no superará en ningún caso al obtenido en el modelo LAV con restricción en signo, y en general tenderá a ser menor conforme aumente el valor del parámetro μ.

7. CONCLUSIONES

Los modelos econométricos representan la máxima expresión cuantitativa actual de la Valoración, y se constituyen como el principal punto de partida para los desarrollos metodológicos futuros (6). En este sentido, la propuesta de la programación por metas como técnica matemática para la resolución de problemas valorativos va más allá de la elección entre la norma L_1, L_∞ o cualquier otra intermedia (como L_2) para el modelo econométrico a estimar. A través del modelo de valoración restringido, expuesto en sus diferentes versiones en el presente trabajo, la programación por metas se muestra como una herramienta computacionalmente válida para la implementación práctica del mismo, superando la inclinación tradicional, académica y profesional, de utilizar la métrica L_2 de mínimos cuadrados al haber sido considerada como la única solución manejable desde un punto de vista numérico.

De esta manera, la utilización de la norma L_1, en los modelos de regresión por valor absoluto mínimo, se muestra como una técnica especialmente adecuada para aquellos casos en los que la muestra puede estar contaminada por la presencia de observaciones anómalas, pudiendo ser considerada la mediana como una medida de posición más adecuada que la media.

En el extremo opuesto se situaría la norma L_∞, para los modelos MINMAX o de minimización de la desviación máxima, más adecuada para aquellas situaciones en que interese delimitar el error máximo tolerable, venga éste expresado, bien en cantidades absolutas, o bien en relativas. Así mismo, esta variante permite identificar de manera más objetiva aquellas observaciones susceptibles de ser consideradas anómalas, puesto que serán las que precisamente registren la desviación máxima (d) entre el precio estimado y el precio observado.

(6) Laudatio pronunciado por el profesor Caballer en el acto de investidura como doctor honoris causa por la Universidad Politécnica de Valencia del profesor Salvatore Corrado Misseri (1995).

Como solución intermedia entre las anteriores, se hallaría el modelo extendido, que a través del parámetro λ permite obtener modelos que armonicen las características expuestas de las normas L_1 y L_∞. De hecho, la regresión por mínimos cuadrados (L_2) podría ser aproximada linealmente a través del modelo extendido, adecuando el valor de λ para obtener soluciones que estarían más próximas a la norma L_1 que a L_∞.

La programación por metas, además de descubrirse como una técnica capaz de resolver estos modelos, tiene como ventaja adicional sobre mínimos cuadrados la posibilidad de incluir restricciones sobre los coeficientes de las variables exógenas, eliminando los posibles problemas de multicolinealidad. De esta forma, el valorador puede incluir en el modelo información a priori sobre la relación entre el precio y cada una de las variables explicativas del mismo, sin tener que eliminar variables que inicialmente podrían ser relevantes.

BIBLIOGRAFÍA

ALONSO, R. (1989): *Los métodos multicriterio en la preparación de actividades agrarias*. Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación, Madrid.

ALONSO, R. y SERRANO, A. (1997): «Los métodos multicriterio discretos aplicados a la valoración agraria». *Investigación Agraria: Economía,* 12 (1,2,3): pp. 313-408.

AOUNI, B. y KETTANI, O. (2001): «Goal programming model: A glorious history and a promising future». *European Journal of Operational Research,* 133: pp. 225-231.

BALLESTERO, E. (1973): «Nota sobre un nuevo método rápido de valoración». *Revista de Estudios Agrosociales,* 85: pp. 75-78.

BALLESTERO, E. y CABALLER, V. (1982): «Il metodo delle due beta. Un procedimiento rapido nella stima dei beni fondiari». *Genio Rurale,* 45 (6): pp. 33-36.

BASSETT, G. y KOENKER, R. (1978): «Asymptotic theory of least absolute error regression». *Journal of the American Statistical Association,* 73: pp. 618-622.

BASSETT, G. W. (1997): «Robust Sport Ratings Based on Least Absolute Errors». *The American Statistician,* 51 (2): pp. 99-105.

CABALLER, V. (1998): *Valoración agraria: teoría y práctica.* Mundiprensa, Madrid. 4ª edición.

CABALLER, V. y AZNAR, J. (2004): «Metodología multicriterio aplicada a la Valoración agraria». *Revista Española de Estudios Agrosociales y Pesqueros,* en prensa.

CABALLER, V. y MOYA, I. (1998): «Valoración bursátil de empresas agroalimentarias». *Investigación Agraria: Economía,* 9 (3): pp. 319-344.

CALATRAVA, J. y CAÑERO, R. (2000): «Valoración de fincas olivareras de secano mediante métodos econométricos». *Investigación Agraria: Producción y Protección Vegetales,* 15 (1,2): pp. 91-104.

CAÑAS, J. A.; DOMINGO, J. y MARTÍNEZ, J. A. (1994): «Valoración de tierras en campiñas y la subbética de la provincia de Córdoba por el método de las funciones de distribución». *Investigación Agraria: Economía,* 9 (3): pp. 447-468.

CAPLES, S. C.; HANNA, M. E. y PREMEAUX, S. R. (1997): «Least Squares Versus Least Absolute Value in Real Estate Appraisals». *The Appraisal Journal,* 65 (1): pp. 18-24.

CHARNES, A. y COOPER, W. W. (1961): *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming.* Wiley, Nueva York.

CHARNES, A. y COOPER, W. W. (1977): «Goal programming and multiple objective optimization: Part I». *European Journal of Operational Research,* 1 (1): pp. 39-54.

CHARNES, A.; COOPER, W. W. y FERGUSON, R. O. (1955): «Optimal estimation of executive compensation by linear programming». *Management Science,* 1: pp. 138-150.

CHARNES, A.; COOPER, W. W. y SUEYOSHI, T. (1986): «Least squares/ridge regression and goal programming / constrained regression alternatives». *European Journal of Operational Research,* 27 (2): pp. 146-157.

DIELMAN, T. (1984): «Least absolute value estimation in linear regression: An annotated bibliography». *Communications in Statistics - Statistical Reviews,* 13: pp. 513-541.

DIELMAN, T. (1986): «A comparison of forecasts from least absolute value and least squares regression». *Journal of Forecasting,* 5 (3): pp. 189-195.

DIELMAN, T. y PFAFFENBERGER, R. (1988): «Least Absolute Value Regression: Necessary Sample Sizes to Use Normal Theory Inference Procedures». *Decision Sciences,* 19 (4): pp. 734-743.

GARCÍA, J.; CRUZ, S. y ROSADO, Y. (2002): «Extensión multi-índice del método beta en valoración agraria». *Economía Agraria y Recursos Naturales,* 2(2): pp. 3-26.

GARCÍA, J.; HERRERÍAS, R. y GARCÍA, L. B. (2003): «Valoración agraria: contrastes estadísticos para índices y distribuciones en el método de las dos funciones de distribución». *Revista Española de Estudios Agrosociales y Pesqueros,* 199: pp. 93-118.

GARCÍA, J.; TRINIDAD, J. E. y GÓMEZ, J. (1999): «El método de las dos funciones de distribución en su versión trapezoidal». *Revista Española de Economía Agraria,* 182: pp. 273-296.

HERRERÍAS, R.; GARCÍA, J.; CRUZ, S. y HERRERÍAS, J. M. (2001): «Il modelo probabilistico trapezoidale nel metodo delle due distribucion della teoria generale de valutazioni. Genio Rurale». *Estimo e Terrotorio.Rivista de Scienze Ambientali,* 4: pp. 3-9.

HUNT, J. G.; DOWLING, J. M. y GLAKE, F. R. L. (1974): «L_1 estimation in small samples with Laplace error distributions». *Decision Sciences,* 5 (1): pp. 22-29.

IGNIZIO, J. P. y CAVALIER, T. M. (1994): *Linear Programming.* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, Nueva Jersey.

KOENKER, R. y BASSETT, G. (1978): *Regression Quantiles. Econometrica,* 46 (1): pp. 33-50.

NOVALES, A. (1996): *Estadística y Econometría.* McGraw-Hill, Madrid.

ROMERO, C. (1977): «Valoración por el método de las dos distribuciones Beta: una extensión». *Revista de Economía Política,* 75: pp. 47-62.

ROMERO, C. (1991): *Handbook of Critical Issues in Goal Programming.* Pergamon Press, Oxford.

ROMERO, C. (2001): «Extended lexicographic goal programming: a unifying approach». *Omega,* 29 (1): pp. 63-71.

ROSENBERG, B. y CARLSON, D. (1977): «A simple approximation of the sampling distribution of least absolute residual regression estimates». *Communications in Statistics - Simulation and Computation,* B6: pp. 421-438.

SCHNIEDERJANS, M. J. (1995): *Goal Programming Methodology and Applications.* Kluwer Academic Publishers, Norwell.

SEGURA, B. A.; GARCÍA, R. y VIDAL, F. (1998): «Modelos econométricos de valoración. Aplicación a la valoración fiscal». *Investigación Agraria: Producción y Protección Vegetales,* 13 (1,2): pp. 221-240.

TAMIZ, M.; JONES, D. F. y ROMERO, C. (1998): «Goal Programming for decision making: an overview of the current state-of-the-art». *European Journal of Operational Research,* 111 (3): pp. 569-581.

Anexo 1

BASE DE DATOS

Finca	Valor (€/ha)	Producción (t/ha)	Riesgo de helada (%)	Calidad del suelo (escala 1.10)
1	46.800	29.000	20%	4
2	50.400	32.400	10%	6
3	54.000	32.400	10%	7
4	52.800	31.200	10%	7
5	47.520	30.000	10%	6
6	54.000	34.800	10%	7
7	58.840	34.800	10%	7
8	50.400	32.400	10%	6
9	51.100	34.800	10%	7
10	52.560	32.400	8%	7
11	56.160	36.000	5%	8
12	54.000	33.600	10%	6
13	54.720	33.600	10%	6
14	43.600	30.600	10%	7
15	46.800	31.200	15%	4
16	56.880	34.800	10%	8
17	56.100	33.600	10%	8
18	57.600	36.200	5%	9
19	48.960	31.200	10%	5
20	54.000	34.800	10%	6
21	51.100	33.600	10%	6

RESUMEN

Métodos de valoración basados en la programación por metas: modelo de valoración restringido

En el presente trabajo se propone la aplicación, en el campo de la valoración agraria, de modelos de regresión basados en las normas L_1 y L_∞ (error absoluto mínimo y mínima desviación máxima, respectivamente) frente a la regresión tradicional basada en la norma L_2 (mínimos cuadrados). Para su implementación, se sugiere la técnica matemática de programación por metas, que permite, además, poder incorporar diferentes tipos de restricciones con objeto de eliminar posibles errores de especificación en los modelos de valoración al considerar información a priori sobre la relación entre el precio y las variables explicativas del mismo.

PALABRAS CLAVE: Método de valoración restringido, normas L_1, L_2 y L_∞, programación por metas, datos anómalos, error de especificación.

SUMMARY

Valuation methods based on goal progamming: Constrained valuation model

The purpose of this paper is the presentation, in a farm appraisal context, of regression models based on L_1 and L_∞ norms (least absolute value and minimisation of the maximum deviation, respectively) against the traditional L_2 norm regression (least squares). To be implemented, we suggest the use of goal programming that allows to incorporate different kinds of constraints, and permits to eliminate specification errors in valuation models by including a priori information between price and exogenous variables relation.

KEYWORDS: Constrained valuation method, L_1, L_2 and L_∞, goal programming, outliers, specification error.